Die Faszination der Logarithmischen Spirale

Die Logarithmische Spirale gehört zu jenen Kurven, welche seit jeher größte Anziehungskraft auf Wissenschaftler, Künstler und Naturphilosophen ausgeübt hat. **Jakob Bernoulli** hat sie als ***spira mirabilis*** (*Wunderbare Spirale*) bezeichnet, bereits in der Antike war sie ein beliebtes Dekorationsmotiv.

Interessant ist, dass die logarithmische Spirale mit verblüffender Exaktheit in der Natur anzutreffen ist. Der Grund dafür liegt in der isometrischen Eigenschaft der logarithmischen Spirale, die im Mathcad-Artikel mathematisch untersucht wird.
Vom biologischen Standpunkt aus sieht man dies am schönsten am Beispiel der Schale des **Nautilus** (1.Bild), einem nahen Verwandten der Tintenfische, der in relativ großer Meerestiefe lebt und sich nach dem Rückstossprinzip fortbewegt.
Wie ein Schnitt durch das Gehäuse (→ Bild rechts!) zeigt, enthält das Gehäuse abgeteilte Bereiche, welche teils luft- teils wassergefüllt die Lage des Tieres im Meerwasser beeinflussen bzw. die vertikale Bewegung mittels eines in der Mitte eingebauten "Syphon" ermöglicht.

Das Tier selbst lebt in der äußersten Kammer und wächst mit der Bildung neuer Kammern mit. Dabei ist eine Kammer um 6,3% größer als die jeweils vorhergehende. Bereits **Rene Descartes** entdeckte, dass alle Kammern, die zwischen Radien mit gleichem Winkelabstand liegen, die gleiche Form haben, also geometrisch ähnlich sind!

Weitere Beispiele für das Auftreten der logarithmischen Spiralen bzw. von Spiralenabschnitten sind Stoßzähne von Elefanten, Hörner von Wildschafen, die Zehenkrümmung von Kanarienvögel und natürlich die Gehäuse von Muscheln und Schnecken (siehe nebenstehendes Bild).

Auch im **Pflanzenreich** trifft man auf diese Spirale, was mit der Isometrie des Wachstums von Blumen und Früchten zusammenhängt: Zum Beispiel entstehen die spiralförmigen Muster in zusammengesetzten Blüten von Korbblütlern wie Margariten, Gänseblümchen oder Sonnenblumen dadurch, dass aus der Mitte des Blütenbodens neue Blüten herauswachsen. Sie wandern mit wachsender Größe auf Spiralen nach außen, während von innen neue nachrücken.

Ähnliches gilt für die Schuppen von Zapfen , wie unten die Bilder von einem Kiefernzapfen zeigen. Bei genauer Beobachtung erkennt man, dass man (so wie oben bei der Sonnenblume) linksdrehende und rechtsdrehende Spiralen unterscheiden kann. Das Verhältnis der Anzahl dieser Spiralen ist immer konstant für eine bestimmte Art.

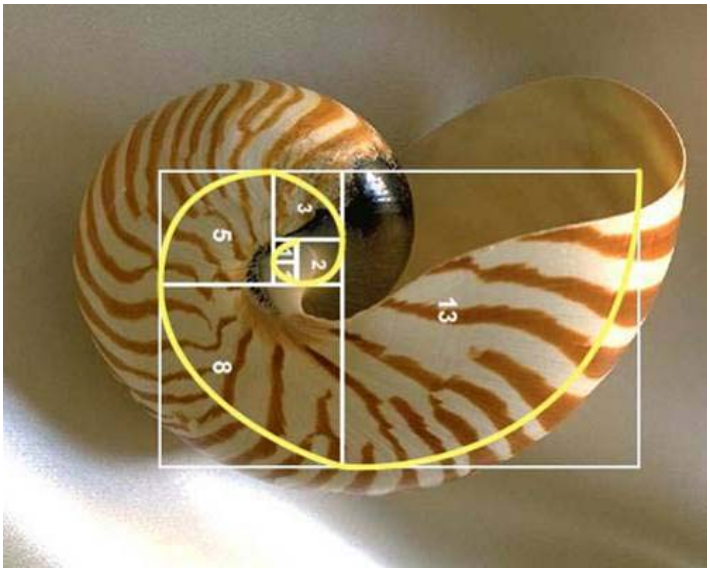
Beinahe mystisch werden die Zusammenhänge, wenn man die Anzahl der Spiralen in den beiden Richtungen für verschiedene Arten untersucht:

Schuppen von Kiefernzapfen (siehe oben):	5: 8
Hochblätterenden der Ananasfrucht:	8:13
Gänseblümchen-Korbblüten	21:34

Dies sind bemerkenswerter Weise Sequenzen aus der **Fibonacci-Reihe**
1,1,2,3,5,8,13,21,34,...

Nun ist bekannt, dass der Quotient zweier aufeinander folgender Fibonacci-Zahlen gegen die Teilungszahl φ des **Goldenen Schnittes** strebt ($\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 1,61803…), wodurch wieder ein weiterer Zusammenhang zwischen dem Goldenen Schnitt und der logarithmischen Spirale nachvollziehbar erscheint:

Ineinandergeschachtelte **Goldene Rechtecke** (das sind solche mit einem Seitenverhältnis gemäß dem Goldenen Schnitt) ergeben eine perfekte logarithmische Spirale, wie die nachfolgenden Beispiele zeigen:



In der Kunst kommen einem Spiralen und logarithmische Spiralen u.a. bei M.C. Escher und manchen modernen Architekten unter.

Eine nette Problemstellung ist das sogenannte 4-Käfer-Problem:

Man stelle sich 4 Käfer vor, die sich in den Ecken eines Rechtecks befinden. Auf ein Zeichen hin bewegt sich jeder Käfer auf seinen Nachbarn zu. Wie sieht der Weg aus, auf dem sie sich bewegen und wo werden sie sich treffen? Es stellt sich heraus, dass die Wege logarithmische Spiralen sind, die gegen den Mittelpunkt konvergieren. Die nebenstehende Abbildung zeigt eines der vielen Muster, die auf diesem Vier-Käfer-Problem beruhen.