Dipl.-Ing. Paul MOHR email: p.mohr@eduhi.at

Kinematik des Viergelenk-Koppelgetriebes

- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:

  Kinematik; Getriebelehre; Koppelgetriebe; Geschwindigkeitssatz von Euler

- Kurzzusammenfassung

  Viergelenk-Koppelgetriebe sind häufig anzutreffende technische Lösungen wie z.B. Crosstrainer, Wippkräne, Kofferraumscharniere, Baggerschaufelaufhängung, etc.
  Die vorliegende Berechnung zeigt die Kinematik eines Punktes auf der "Koppel" bzgl. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung.

- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):

  Mechanik / Kinematik im 3. Jg. der HTL; Vektorrechnung

- Mathcad-Version:

  Mathcad 11

- Anmerkungen bzw. Sonstiges:

  Die vorliegenden Berechnungen verweisen auf die Funktion f_Kreisschnitt und f_Vektorzerlegung vom selben Autor.

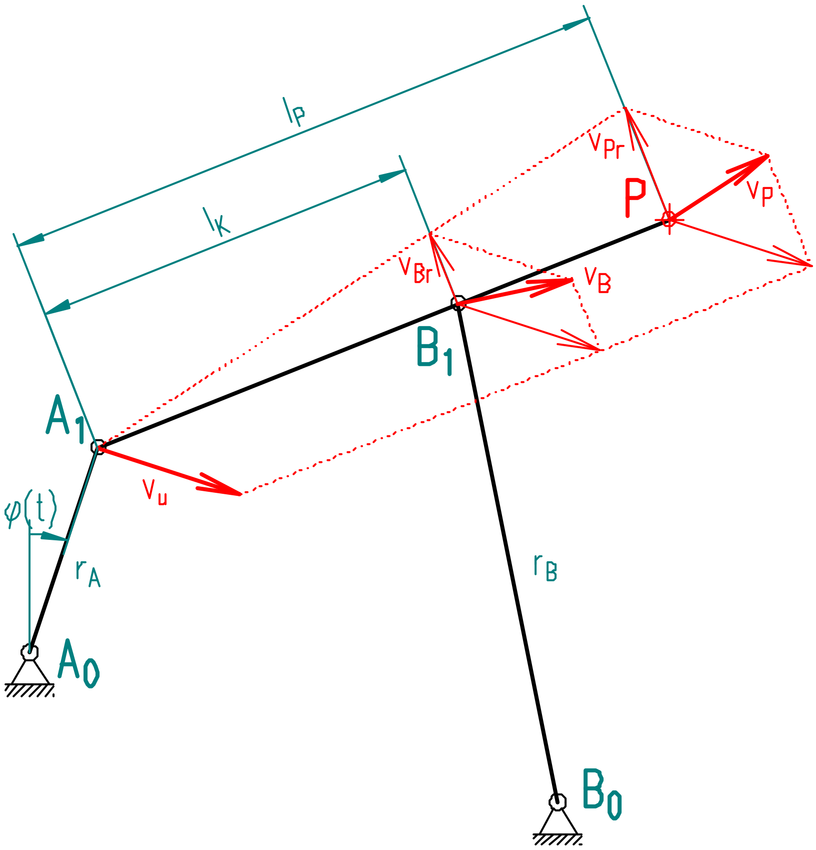
  Der Beitrag "Vierecksmechanismus - Parameterkurven" von Mag. Ernst Geretschläger in "Mathematik & Technik mit Mathcad" behandelt einen Teil dieser Ausführungen

  Die Dateien "variables Koppelgetriebe" mit den Endungen ".html" und "geox" erlauben die Animation eines Koppelgetriebes im Internetbrowser.

Kinematik des Viergelenk-Koppelgetriebes

Verweis:C:\mor_f_Kreisschnitt_11.mcd

Verweis:C:\mor_f_Vektorzerlegung_11.mcd



Angaben

$A_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} mm$ $\qquad r_A := 30mm$

$B_0 := \begin{pmatrix} 70 \\ -20 \end{pmatrix} mm$ $\qquad r_B := 70mm$

$l_K := 55mm$ $\qquad l_P := 85mm$

$\omega := 0.7s^{-1}$

Berechnung der Koordinaten bzw. Ortskurven von A_1 , B_1 und P

Kurbelwinkel als Funktion der Zeit

von Kurbel zurück-
gelegter Winkel

$$\varphi(t) := \omega \cdot t$$

Koordinaten von A_1 , B_1 und P als Funktion der Zeit

$$A_1(t) := r_A \cdot \begin{pmatrix} \sin(\varphi(t)) \\ \cos(\varphi(t)) \end{pmatrix}$$

B_1 ist der Schnittpunkt des Kreises um A_1 mit Radius l_K mit dem Kreis um B_0 mit Radius r_B. Von den beiden Lösungen wird die links der Blickrichtung A_1 nach B_0 genommen.
Die Berechnung erfolgt durch Aufruf der Funktion S_K aus der Datei f_Kreisschnitt.mcd.

$$B_1(t) := S_K\left(A_1(t), l_K, B_0, r_B\right)_0$$

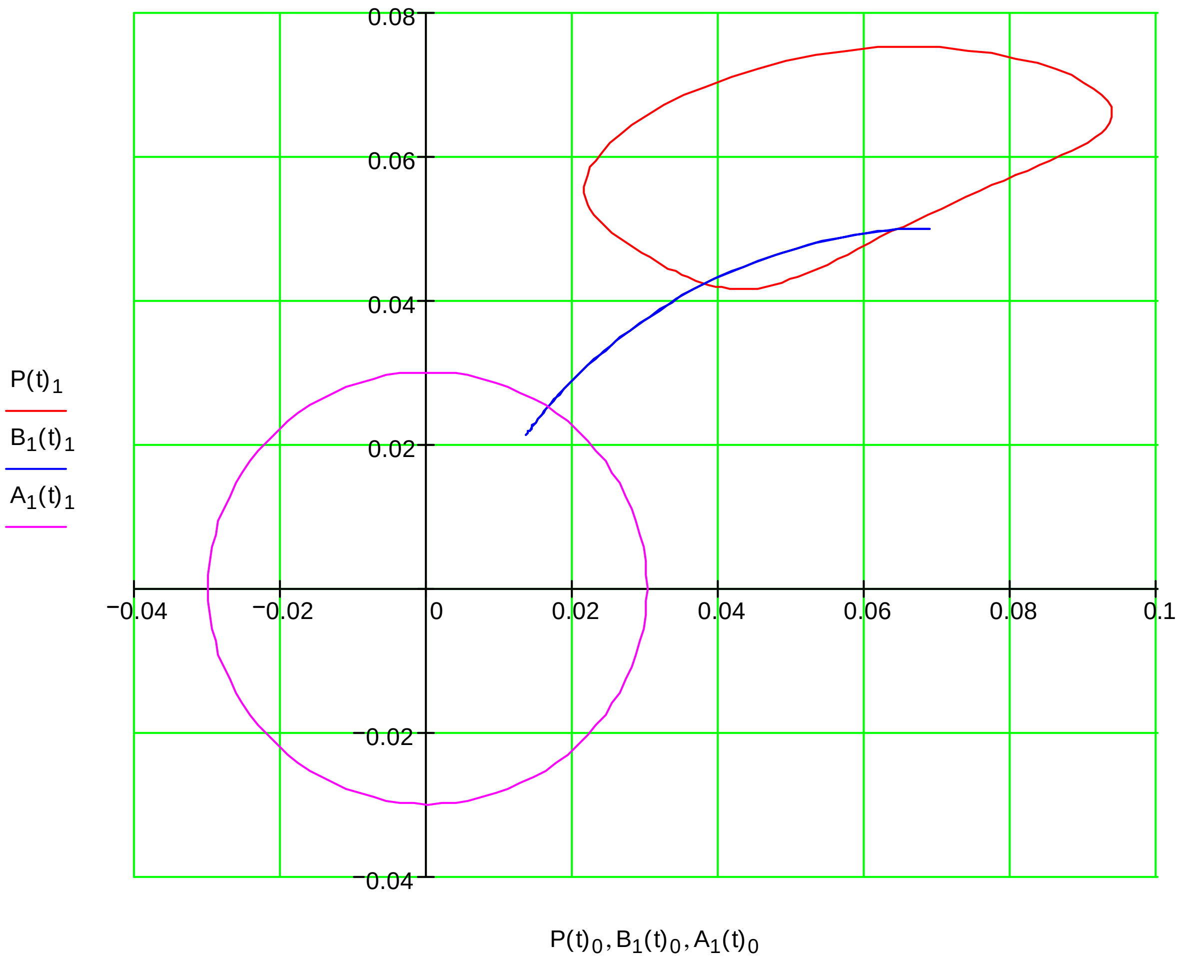
Die Koordinaten von P ergeben sich aus A_1 und dem mit l_P multiplizierten Einheitsvektor von A_1 nach B_1.

$$l_K(t) := B_1(t) - A_1(t)$$ Vektor der Koppel

$$P(t) := A_1(t) + \frac{l_P}{l_K} \cdot \left(l_K(t)\right)$$

grafische Darstellung der Ortskurven von A_1 , B_1 und P

Zeit für eine Kurbelumdrehung $t_{2\pi} := 2\frac{\pi}{\omega}$ $t_{2\pi} = 8.976\,s$ $t := 0, \frac{t_{2\pi}}{100} .. t_{2\pi}$



Geschwindigkeit von P als Funktion der Zeit

Kurbelumfangsgeschwindigkeit (= Geschwindigkeit von A_1)

Die Umfangsgeschwindigkeit hat bei gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit einen konstanten Betrag aber eine veränderliche Richtung.

$$v_u := r_A \cdot \omega \qquad v_u = 21\,\frac{mm}{s} \qquad v_u(t) := v_u \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi(t)) \\ -\sin(\varphi(t)) \end{pmatrix}$$

Absolutgeschwindigkeit von B_1 und relative Umfangsgeschwindigkeit von B_1 um A_1

Die Absolutgeschwindigkeit v_B setzt sich nach Euler aus der translatorischen Geschwindigkeit v_u und der Rotationsgeschwindigkeit v_{Br} zusammen, die sich aus der relativen Drehung der Koppel um A_1 ergibt.

Aus dem bekannten v_u ergeben sich die unbekannten Geschwindigkeiten durch Kräftezerlegung, wobei v_B senkrecht auf r_B und v_{Br} senkrecht auf der Koppel steht.

$r_B(t) := B_1(t) - B_0$ Schwingenradius

$v_{rB}(t) := \overrightarrow{\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_B(t)_1 \\ r_B(t)_0 \end{pmatrix}\right]}$ Richtungsvektor von v_B

$v_{rBr}(t) := \overrightarrow{\left[\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l_K(t)_1 \\ l_K(t)_0 \end{pmatrix}\right]}$ Richtungsvektor von v_{Br}

$v_{B12}(t) := v_{12}\big(v_u(t), v_{rB}(t), v_{rBr}(t)\big)$ Zerlegung von v_u mittels Funktion v_{12} aus der Datei f_Vektorzerlegung.mcd

$v_B(t) := v_{B12}(t)_0$ Absolutgeschwindigkeit von B_1

$v_{Br}(t) := -v_{B12}(t)_1$ Umfangsgeschwindigkeit von B_1 durch die relative Rotation um A_1

Absolutgeschwindigkeit von P

Der Punkt P bewegt sich mit der selben translatorischen Geschwindigkeit v_u wie alle anderen Punkte der Kop
Die Umfangsgeschwindigkeit v_{Pr} aus der relativen Drehung der Koppel um A1 verhält sich zu v_{Br} wie l_P zu l_K .

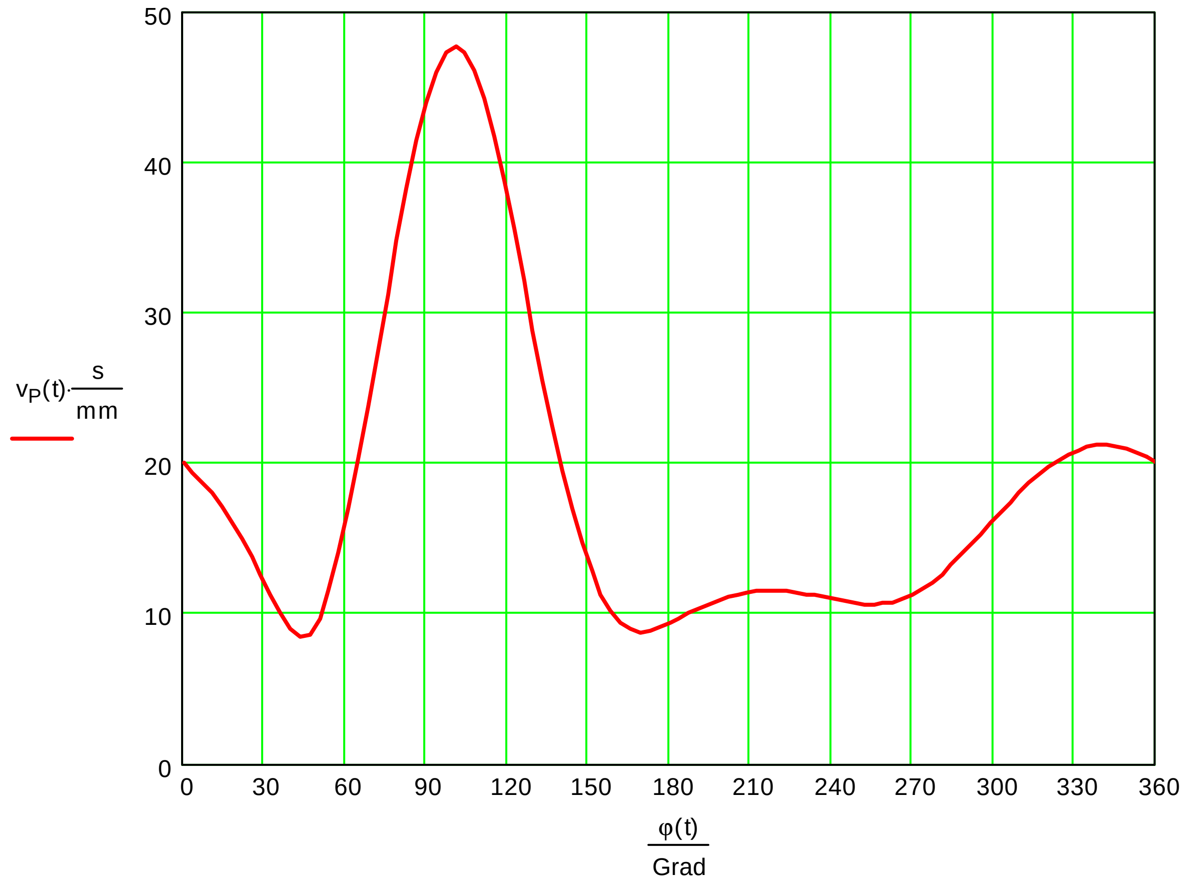
$v_{Pr}(t) := \dfrac{l_P}{l_K} \cdot v_{Br}(t)$ Umfangsgeschwindigkeit von P durch die relative Rotation um A_1

$v_P(t) := v_u(t) + v_{Pr}(t)$ Absolutgeschwindigkeit von B_1

$v_P(t) := \left|v_P(t)\right| \qquad \psi_P(t) := \operatorname{atan}\left(\dfrac{v_P(t)_1}{v_P(t)_0}\right)$ Betrag und Richtung von v_P

grafische Darstellung der Geschwindigkeit von P

Betrag der Geschwindigkeit als Funktion des Kurbel-Drehwinkels φ



konkrete Werte

Kurbelwinkel $\varphi_K := 30Grad$

zugehörige Zeit $t := t_{2\pi} \cdot \frac{\varphi_K}{2\pi}$ $t = 0.748\,s$

Lage von P absolut und relativ zur Ausgangslage

$P(t) = \begin{pmatrix} 91.623 \\ 62.777 \end{pmatrix} mm$ $P(t) - P(0s) = \begin{pmatrix} 11.128 \\ 5.471 \end{pmatrix} mm$

Geschw. von P

$v_P(t) = \begin{pmatrix} 9.663 \\ 7.248 \end{pmatrix} \frac{mm}{s}$ $v_P(t) = 12.08\,\frac{mm}{s}$ $\psi_P(t) = 36.873\,Grad$

Beschleu-nigung von P

$a_P(t) := \frac{d}{dt} v_P(t)$ $a_P(t) = -14.481\,\frac{mm}{s^2}$

pel.