Franz Hubert Kainz franz.kainz@htl-kapfenberg.ac.at

Druckfeder - kaltgeformt

- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:

  Maschinenelemente, Grundlagen der Mechanik, lineare Interpolation

- Kurzzusammenfassung

  **Federn sind überaus häufig eingesetzte Maschinenelemente und daher ist die richtige Auslegung für einen HTL-Absolventen der Fachrichtung Maschinen-ingenieurwesen von großer Bedeutung.
  Bei der vorliegenden Berechnung einer kaltgeformten Druckfeder wird versucht die Eingabedaten (größtenteils Tabellenwerte) auf ein Minimum zu bringen.
  Weiters werden alle Entscheidungen mit Hilfe von Mathcad-Funktionen automatisiert, sodass sich der Anwender auf das Wesentliche konzentrieren kann.
  Wichtige Informationen werden als "Meldungen" , auf die unbedingt reagiert werden muß, ausgegeben.**

- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):

  Maschinenelemente, Fördertechnik, / 3. (4.) Jahrgang Maschinenbau

- Mathcad-Version:

  Mathcad 2001

- Literaturangaben:

  Decker - Hanser-Verlag

- Anmerkungen bzw. Sonstiges:

  Diese Aufgabe wurde in Maschinenelemente und Fördertechnik behandelt

Farbencode :

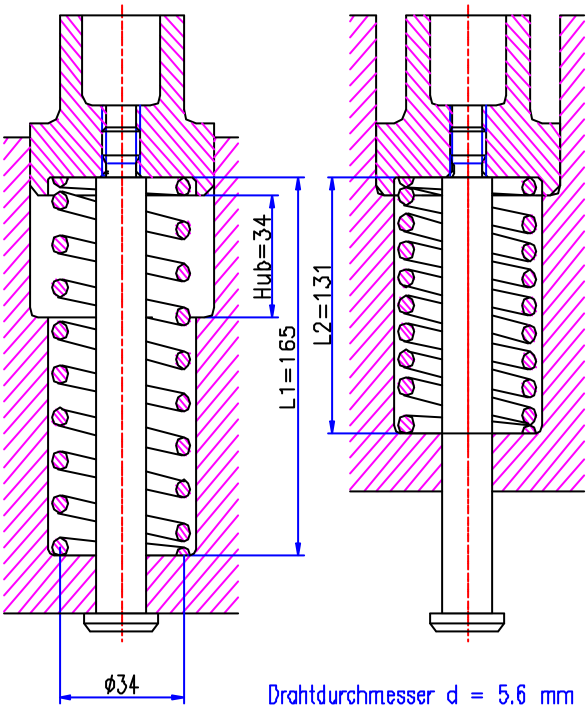
Eingabe - Zahlenwerte Definitionen Formeln Ergebnisse Meldungen

Eine kaltgeformte Druckfeder nach DIN 2095 - 5.6 x 34 x 180 der Genauigkeitsklasse C und einem Gütegrad 1 wird abwechselnd von L_1 = 165 mm auf L_2 = 131 mm zusammengedrückt.

Federstahldraht DIN 17223 T1, Mindestzugfestigkeit 1660 N/mm^2.

Zu ermitteln sind :

- der Anpreßdruck R / D_m
- die Summe der Mindestabstände S_a
- die Blocklänge L_c
- die kleinste zulässige Länge L_n
- die Vergrößerung des äußeren Windungsdurchmessers ΔD_e
- die Federkräfte F_1, F_2, F_n und die zulässige Abweichung +(-) Δ_{Fk}
- die Schubspannungen τ_{k2} und τ_c
- die Formänderungsarbeit W_f
- der Hub s_h
- ist die Dauerschwingbeanspruchung zulässig ?
- ist die Knicksicherheit gegeben (Fall 5) ?



$kN := 1000 \cdot newton$ $Fall := 5$

$L_1 := 165 \cdot mm$ $L_2 := 131 \cdot mm$ Minimalste Federlänge

$E := 2.06 \cdot 10^5 \cdot \frac{newton}{mm^2}$ $gauss := 0.815 \cdot 10^5 \cdot \frac{newton}{mm^2}$ $R_m := 1660 \cdot \frac{newton}{mm^2}$

Drahtdurchmesser : $d := 5.6 \cdot mm$

Mittlerer Windungsdurchmesser : $D_m := 34 \cdot mm$

Länge der ungespannten Feder : $L_o := 180 \cdot mm$

Anzahl der federnden Windungen : $i_f := 14.5$

Grenzabmass für Federstahldraht Tab.A14.5 Güteklasse C $A_o := 0.025 \cdot mm$

Kaltgeformte Federn => Verf = 1
Warmgeformte Federn => Verf = 2 setzen $Verf := 1$

Beanspruchung statisch => Bean = 1
Beanspruchung dynamisch => Bean = 2 setzen $Bean := 2$

Druckfeder => Feder = 1
Zugfeder => Feder = 2 setzen $Feder := 1$

Gütegrad $Gg := 1$

Kraftbeiwert 0.015 für gewalzte Stäbe
0.012 für geschliffene Stäbe $f := 0.012$

Anzahl der Schwingspiele 10^6 => Na = 10^6
10^7 => Na = 10^7 setzen $Na := 10^6$

Berechnung :

Federkonstante : $R := \frac{gauss \cdot d^4}{8 \cdot D_m^{\ 3} \cdot i_f}$ $R = 17.58 \frac{newton}{mm}$

Anpreßdruck : $\frac{R}{D_m} = 0.517 \frac{newton}{mm^2}$

angelegte, geschliffene Federenden => End = 1
angelegte, unbearbeitete Federenden => End = 2

Federenden : $End := if\left(\frac{R}{D_m} > 0.03 \cdot \frac{newton}{mm^2}, 1, 2\right)$ $End = 1$

Summe der Mindestabstände :

$$S_a := if\left[Verf = 1, \left(0.0015 \cdot \frac{D_m^{\ 2}}{d} + 0.1 \cdot d\right) \cdot i_f, 0.02 \cdot (D_m + d) \cdot i_f\right] \cdot if(Bean = 1, 1, if(Verf = 1, 1.5, 2))$$

$S_a = 18.915\,mm$

Maximaler Durchmesser : $d_{max} := d + A_o$ $d_{max} = 5.625\,mm$

Gesamtwindungszahl $i_g := i_f + if(Verf = 1, 2, 1.5)$ $i_g = 16.5$

Windungszahlbeiwert

$k_n := i_g + \text{if}(\text{Verf} = 1, \text{if}(\text{End} = 1, 0, 1.5), \text{if}(\text{End} = 1, -0.3, 1.1))$ $k_n = 16.5$

Blocklänge $L_c := k_n \cdot d_{max}$ $L_c = 92.812\,\text{mm}$

Blockkraft $F_c := R \cdot (L_o - L_c)$ $F_c = 1.533\,\text{kN}$

kleinste zulässige Länge : $L_n := L_c + S_a$ $L_n = 111.727\,\text{mm}$

$F_n := R \cdot (L_o - L_n)$ $F_n = 1.2\,\text{kN}$

$m_i := \dfrac{L_o - d}{i_f}$ $m_i = 12.028\,\text{mm}$

Vergrößerung des äußeren Windungs-durchmessers :

$$\Delta D_e := 0.1 \cdot \frac{m_i^2 - 0.8 \cdot m_i \cdot d - 0.2 \cdot d^2}{D_m}$$ $\Delta D_e = 0.249\,\text{mm}$

Außendurchmesser der Feder : $D_e := D_m + d + \Delta D_e$ $D_e = 39.849\,\text{mm}$

Hülsendurchmesser $D_h := \text{floor}\left(\dfrac{D_e}{\text{mm}} + 2\right) \cdot \text{mm}$ $D_h = 41\,\text{mm}$

Dorndurchmesser

$D_d := D_m - (d + \Delta D_e)$ $D_d = 28.151\,\text{mm}$

$D_d := \text{floor}\left[\dfrac{D_m - (d + \Delta D_e)}{\text{mm}} - 1\right] \cdot \text{mm}$ $D_d = 27\,\text{mm}$

Federkraft und zul. Abweichung :

Prüfkraft z.B. : $F_p := F_n$

Beiwerte zur Errechnung der zulässigen Abweichungen von zylindrischen Schraubenfedern aus runden Drähten
DIN 2095, 2097

Für einen Drahtdurchmesser von 5.6 mm und einen mittleren Federdurchmesser von 34 mm gilt :

$du := \frac{d}{mm}$ Einheitenfreier Durchmesser $du = 5.6$

$a_{F1} := 55 \cdot newton$ $X_1 := 30 \cdot mm$ $a_{F2} := 32 \cdot newton$ $X_2 := 40 \cdot mm$ Tab. 14.11

$a_F := a_{F1} + \frac{a_{F2} - a_{F1}}{X_2 - X_1} \cdot (D_m - X_1)$ $a_F = 45.8\,N$ Lineare Interpolation der Werte

Windungszahl Druckfeder Zugfeder

$$n := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 15 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \\ 60 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} \quad k_{fD} := \begin{pmatrix} 1.6 \\ 1.3 \\ 1.19 \\ 1.12 \\ 1.06 \\ 1.0 \\ 0.97 \\ 0.93 \\ 0.89 \\ 0.87 \\ 0.86 \\ 0.85 \\ 0.84 \\ 0.83 \\ 0.82 \\ 0.82 \end{pmatrix} \quad k_{fZ} := \begin{pmatrix} 2.6 \\ 2.6 \\ 2.04 \\ 1.78 \\ 1.6 \\ 1.4 \\ 1.28 \\ 1.1 \\ 1.0 \\ 0.94 \\ 0.9 \\ 0.84 \\ 0.82 \\ 0.8 \\ 0.77 \\ 0.76 \end{pmatrix}$$

$k_F := \mathrm{if}(Feder = 1, \mathrm{linterp}(n, k_{fD}, i_f), \mathrm{linterp}(n, k_{fZ}, i_f))$ $k_F = 0.934$

Gütegradfaktor : $Q := \mathrm{if}(Gg = 1, 0.63, \mathrm{if}(Gg = 2, 1, 1.6))$ $Q = 0.63$

Federweg der Prüfkraft $s_p := \frac{F_p}{R}$ $s_p = 68.273\,mm$

$\Delta_{FK} := \mathrm{if}\left[Verf = 1, (a_F \cdot k_F + 0.015 \cdot F_p) \cdot Q, f \cdot (L_o + s_p) \cdot \left(\frac{2}{i_f} + 1\right) \cdot R\right]$ $\Delta_{FK} = 38.292\,newton$

zulässige Prüfkraft : $F_{po} := F_n + \Delta_{FK}$ $F_{po} = 1.239\,\text{kN}$

Federweg der zuläss. Prüfkraft $s_{po} := \dfrac{F_{po}}{R}$ $s_{po} = 70.451\,\text{mm}$

Federwege : $s_{f1} := L_o - L_1$ $s_{f1} = 15\,\text{mm}$

$s_{f2} := L_o - L_2$ $s_{f2} = 49\,\text{mm}$

Federkräfte : $F_1 := s_{f1} \cdot R$ $F_1 = 263.698\,\text{newton}$

$F_2 := s_{f2} \cdot R$ $F_2 = 861.412\,\text{newton}$

Wickelverhältnis : $w := \dfrac{D_m}{d}$ $w = 6.071$

Spannungsbeiwert : $k := 1 + \dfrac{5}{4} \cdot \dfrac{1}{w} + \dfrac{7}{8} \cdot \dfrac{1}{w^2} + \dfrac{1}{w^3}$ $k = 1.234$

Schubspannung bei F_1 $\tau_{k1} := k \cdot \dfrac{8}{\pi} \cdot F_1 \cdot \dfrac{D_m}{d^3}$ $\tau_{k1} = 160.438\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Schubspannung bei F_2 $\tau_{k2} := k \cdot \dfrac{8}{\pi} \cdot F_2 \cdot \dfrac{D_m}{d^3}$ $\tau_{k2} = 524.097\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Schubspannung im Betrieb $\tau_{max} := \text{if}(\tau_{k1} > \tau_{k2}, \tau_{k1}, \tau_{k2})$ $\tau_{max} = 524.097\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Schubspannung bei der zuläss. Prüfkraft $\tau_{po} := k \cdot \dfrac{8}{\pi} \cdot F_{po} \cdot \dfrac{D_m}{d^3}$ $\tau_{po} = 753.534\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Schubspannung bei Blockbildung $\tau_c := k \cdot \dfrac{8}{\pi} \cdot F_c \cdot \dfrac{D_m}{d^3}$ $\tau_c = 932.546\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Zulässige Schubspannungen für warmgeformte Druckfedern DIN 17221

für kaltgeformte Druckfedern gilt 0.56 * R_m

$$d_d := \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \\ 60 \end{pmatrix} \qquad \tau := \begin{pmatrix} 925 \\ 840 \\ 790 \\ 760 \\ 735 \\ 720 \end{pmatrix} \qquad \tau_{cw} := \text{linterp}(d_d, \tau, du) \cdot \frac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$$

$\tau_{czul} := \text{if}(Verf = 1, 0.56 \cdot R_m, \tau_{cw})$ $\tau_{czul} = 929.6\,\dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Abweichung : $\Delta := \dfrac{\tau_c - \tau_{czul}}{\tau_{czul}}$ $\Delta = 0.317\,\%$

Berechnung := if(Δ ≤ 5 · %, " IN ORDNUNG " , "   NEU DIMENSIONIEREN => d, Dm etc. ! ! !   ")

Berechnung = " IN ORDNUNG "

Hub : $s_h := \frac{F_2 - F_1}{R}$ $s_h = 34\,\mathrm{mm}$

Federarbeit : $W_{f1} := \frac{1}{2} \cdot R \cdot s_{f1}^2$ $W_{f1} = 1.978\,\mathrm{joule}$

$W_{f2} := \frac{1}{2} \cdot R \cdot s_{f2}^2$ $W_{f2} = 21.105\,\mathrm{joule}$

Hubspannung : $\tau_{kh} := \tau_{k2} - \tau_{k1}$ $\tau_{kh} = 363.659\,\frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$

Kaltgeformte Schraubendruckfedern aus Stahldraht der Güteklasse C Tab. A 14.12

$$d_d := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \tau_{kF1} := \begin{pmatrix} 710 \\ 660 \\ 610 \\ 570 \\ 530 \\ 500 \end{pmatrix} \quad \tau_{kF2} := \begin{pmatrix} 590 \\ 550 \\ 510 \\ 470 \\ 430 \\ 400 \end{pmatrix} \quad \tau_{k2zul} := \begin{pmatrix} 1115 \\ 990 \\ 920 \\ 830 \\ 745 \\ 705 \end{pmatrix}$$

$\tau_{kF} := \mathrm{if}\left(Na = 10^6, \mathrm{linterp}(d_d, \tau_{kF1}, du), \mathrm{linterp}(d_d, \tau_{kF2}, du)\right) \cdot \frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$ $\tau_{kF} = 562\,\frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$

Hubfestigkeit : $\tau_{kH} := \tau_{kF} - 0.3 \cdot \tau_{k1}$ $\tau_{kH} = 513.869\,\frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$

zulässige Oberspannung : $\tau_{k2zul} := \mathrm{linterp}(d_d, \tau_{k2zul}, du) \cdot \frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$ $\tau_{k2zul} = 813\,\frac{\mathrm{newton}}{\mathrm{mm}^2}$

Hubspannung := if($\tau_{kh} \le \tau_{kH}$, " ZULÄSSIG " , "   NEU DIMENSIONIEREN => d, Dm, etc. ! ! !   ")

Hubspannung = " ZULÄSSIG "

Oberspannung := if($\tau_{k2} \le \tau_{k2zul}$, " ZULÄSSIG " , "   NEU DIMENSIONIEREN => d, Dm, etc.   ! ! !   ")

Oberspannung = " ZULÄSSIG "

Nachrechnung auf Knickung :

Lagerungsbeiwert : $\nu := \mathrm{if}(Fall = 1, 2, \mathrm{if}(Fall = 2, 1, \mathrm{if}(Fall = 3, 1, \mathrm{if}(Fall = 4, 0.7, 0.5))))$ $\nu = 0.5$

kritischer Federweg

$$s_k := L_o \cdot \frac{0.5}{1 - \frac{gauss}{E}} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{gauss}{E}}{0.5 + \frac{gauss}{E}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m}{\nu \cdot L_o} \right)^2} \right]$$

$s_k = 115.779\,mm$

$s_{f1} = 15\,mm$

Federweg bei Blockung $s_c := L_o - L_c$ $s_c = 87.188\,mm$

$s_{f2} = 49\,mm$

größter zulässiger Federweg $s_n := L_o - L_n$ $s_n = 68.273\,mm$

$s_{po} = 70.451\,mm$

$Knicksicherheit := \mathrm{if}(s_{f1} \le s_k \wedge s_{f2} \le s_k \wedge s_n \le s_k \wedge s_{po} \le s_k \wedge s_c \le s_k, \text{"VORHANDEN"}, \text{"NICHT VORHANDEN"})$

Knicksicherheit = "VORHANDEN"

$\frac{s_k}{L_o} = 0.643$ $\frac{s_c}{L_o} = 0.484$ $\frac{s_{f2}}{L_o} = 0.272$ $s_f := \frac{L_o}{D_m} \cdot \nu$ $s_f = 2.647$

$x := 2.63331, 2.7 .. 10$

Hilfswerte : Diagramm

$k1 := \frac{s_k}{L_o}$ $k2 := \frac{s_c}{L_o}$ $k3 := \frac{s_{po}}{L_o}$

$k4 := \frac{s_n}{L_o}$ $k5 := \frac{s_{f2}}{L_o}$ $k6 := \frac{s_{f1}}{L_o}$

$$y(x) := \frac{0.5}{1 - \frac{gauss}{E}} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{gauss}{E}}{0.5 + \frac{gauss}{E}} \cdot \left(\frac{\pi}{x} \right)^2} \right]$$

Grenzkurve der Knicksicherheit