Florian Grabner florian.grabner@gmx.at

Der DKW-Vergleichsprozess

- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:

  Wasserdampf als Medium , Kreisprozesse, Visualisierung von Daten aus einer externen Datei, Interpolation

- Kurzzusammenfassung

  Das Prinzip des Dampfkraftwerks (DKW) wird aufgegriffen und anhand eines Beispieles erläutert. Anstatt von fertigen Diagrammen werden die benötigten Kurven aus eine externen Datei eingelesen und anschließend visualisiert.

- Lehrplanbzug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):

  Mechanik, Strömungsmaschinen und Energie & Umwelttechnik 4 - 5. Jahrgang, Maschinenbau

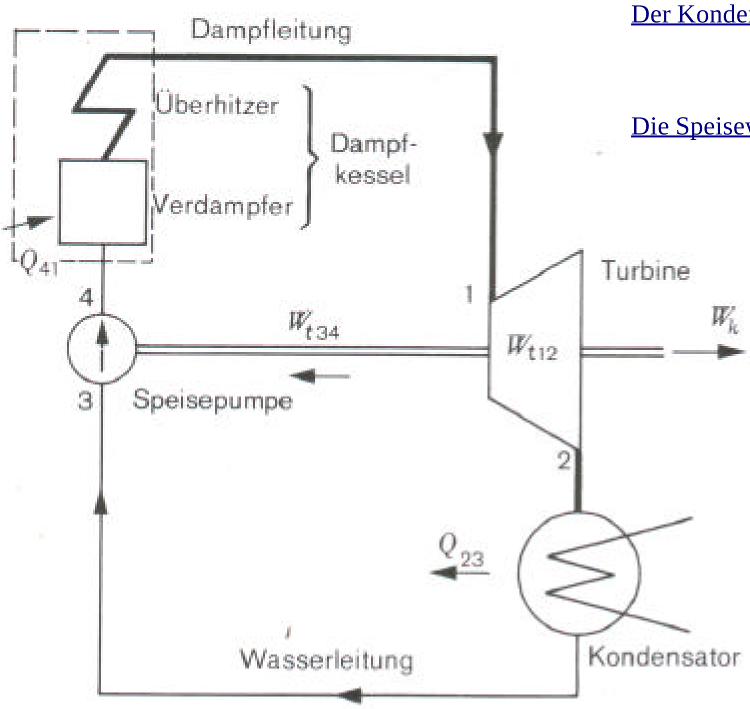
- Mathcad-Version:

  Mathcad 2001

In einer Dampfkraftanlage (DKW) wird Arbeit durch die Entspannung von Wasserdampf gewonnen. In der unteren schematischen Darstellung (Bild 1) ist der grundlegende Aufbau vereinfacht dargestellt. Die wichtigsten Komponenten und deren Aufgaben sind.

Der Dampfkessel: Er besteht aus Verdampfer und Überhitzer. Im Verdampfer wird das Wasser bis zur Siedetemperatur erwärmt und anschließend verdampft - Sattdampf. Durch weitere Wärmezufuhr im Überhitzer steigt die Temperatur. Man spricht vom überhitzten Dampf oder Heißdampf.

Die Turbine: Der Dampf expantiert und gibt dabei Arbeit an die Turbine ab. Beim Austritt befindet sich der Dampf schon im Naßdampfbereich, d.h. er enthält schon Wasser.

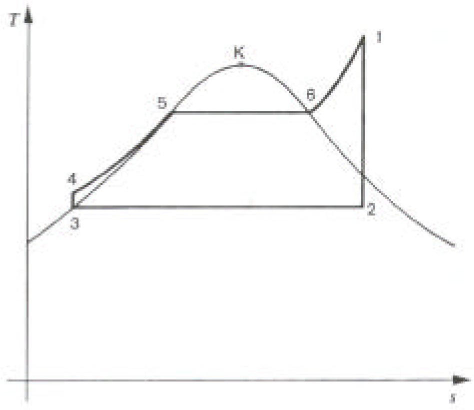


(Bild 1)

Der Kondensator: Hier wird der Dampf soweit abgekühlt bis er den flüssigen Zustand erreicht hat.

Die Speisewasserpumpe: Fördert das Wasser vom Kondensator zurück zum Kessel und erhöht dabei den Druck des Wassers auf den Kesseldruck. **Sie wird von der Turbine angetrieben.**

Um den Prozess behandeln zu können legen wir dem wirklichen irreversiblen Prozess, einen vereinfachten reversiblen Vergleichsprozess mit einfachen Zustandsänderungen zu Grunde. Dieser Vergleichsprozess stellt somit den Idealfall dar. Man spricht vom **Clausius-Rankine-Prozess**.



(Bild 2)

Im T-s-Diagramm (Bild 2) sehen wir nun die einzelnen Zustandsänderungen des Clausius-Rankine-Prozesses.

1 .. 2	isentrope Expansion (Turbine)
2 .. 3	isobare Wärmeabfuhr (Kondensator)
3 .. 4	isentrope Druckerhöhung (Speisepumpe) (überzeichnet dargestellt - anschaulicher)
4 .. 1	isobare Wärmezufuhr (Kessel)

Im Kessel gehen nun folgende Vorgänge vorsich

4 .. 5	Wasser wird zum sieden gebracht.
5 .. 6	Wasser wird vollständig verdampft ("Naßdampfbereich"; Pkt. 6 = 100% Dampf)
6 .. 1	Dampf wird weiter Wärme zugeführt (überhitzter Dampf)

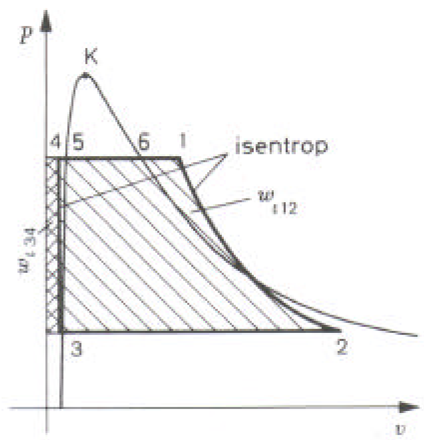
Bei der Auslegung eine DKW-Anlage gibt es eine Vielzahl von Kenngrößen. Wir beschränken uns auf drei Kennwerte die bereits erlauben die Effektivität einer DKW-Anlage zu beurteilen.

<u>Die Nutzarbeit:</u> ist die maximale Arbeit, die wir theoretisch von der Turbinenwelle abnehmen können (d.h. ohne Verluste). Sie errechnet sich entweder aus der Summe der Turbinenarbeit und der Pumpearbeit (Arbeit der Pumpe ist negativ; Bild 3)oder aus der Summe der zu- und abgeführten Wärme wobei die zugeführte Wärme ein negatives Vorzeichen hat.

$$|W_{cr}| = Q_{41} + Q_{23} \qquad W_{cr} = W_{t12} + W_{t34}$$

Mit den Enthalpien ausgedrückt gilt auch

$$|W_{cr}| = H_1 - H_2 + H_3 - H_4$$



(Bild 3)

<u>Der thermische Wirkungsgrad:</u>

$$\eta_{th} = \frac{|W_{cr}|}{Q_{zu}}$$

$$\eta_{th} = \frac{H_1 - H_2 + H_3 - H_4}{H_1 - H_4}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_4}$$

<u>Das Arbeitsverhältnis:</u> Das Arbeitsverhältnis gibt uns Aufschluss darüber, wieviel der produzierten Arbeit für die Aufrechterhaltung des Prozesses notwendig ist, d.h. wieviel Prozent tatsächlich genutzt werden kann.

$$r_w = \frac{W_{cr}}{W_{t12}}$$

$$r_w = \frac{H_1 - H_2 + H_3 - H_4}{H_1 - H_2} = 1 - \frac{H_4 - H_3}{H_1 - H_2}$$

Da die Arbeit für die Speisepumpe sehr gering ist, ergibt sich ein sehr gutes Arbeitsverhältnis. Das bedeutet dieser Prozess kann in der Praxis sehr gut umgesetzt werden.

Wir sehen, dass es sich anbietet mit den Enthalpien zu rechen, da diese aus Tabellen und Diagrammen recht einfach zu entnehmen sind. Eine Darstellung im h-s-Diagramm (Mollier-Diagramm) könnte also von Vorteil sein.

Beispiel: Gegeben ist eine **DKW-Anlage**. Der Dampf verläßt den **Kessel** mit **60 bar und 500°C**. Der Gegendruck im **Kondensator** beträgt **0.1 bar.**

Gesucht: Nutzarbeit, thermische Wirkungsgrad, Arbeitsverhältnis

Wie schon in der Kurzzusammenfassung erwähnt, verwenden wir für dieses Beispiel keine Tabellen oder Diagramme (hat vielleicht nicht jeder bei der Hand) sondern wir holen uns die Daten für das Diagramm aus eine externen Datenquelle. Für unser Beispiel benötigen wir drei Kurven.

- **Sattdampflinie**; Jene Linie wo 100% Dampf und kein Wasser mehr ist (x = 1)
- **Isobare p = 0,1 bar**
- **Isobare p = 60 bar**

Im Unterverzeichnis DATEN finden wir zwei Dateien mit der Extension *.prn. Dies sind reine ASCII-Dateien bei denen die einzelnen Werte mit Tabulatoren (oder Leerzeichen oder Beistriche) getrennt sind. Diese können von MathCAD eingelesen werden - *brauchen nicht wieder ausgelesen werden*!! (siehe auch Seite 8 - Anhang A2) Die Vorgehensweise ist wie folgt:

Einlesen der Daten aus den Dateien mit der Funktion PRNLESEN

x1 := PRNLESEN("D:\Ammu\projekt\webbsp\DATEN/SD.prn")

p := PRNLESEN("D:\Ammu\projekt\webbsp\DATEN/DL.prn")

Extrahieren und zuweisen der benötigten Werte aus den eingelesenen Datenfeldern
(Die Datenfelder können wie Matrizen behandelt werden)

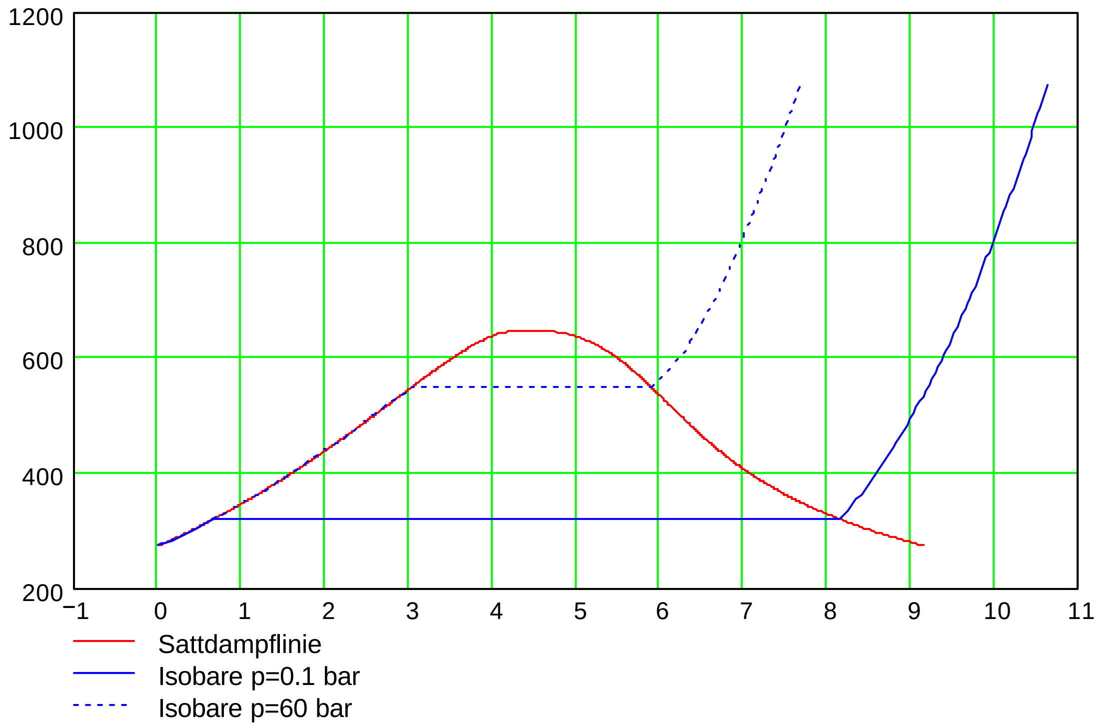
$Tx1 := x1^{\langle 0 \rangle}$ $hx1 := x1^{\langle 2 \rangle}$ $T01 := p^{\langle 0 \rangle}$ $s01 := p^{\langle 1 \rangle}$ $h01 := p^{\langle 2 \rangle}$

$sx1 := x1^{\langle 1 \rangle}$ $T60 := p^{\langle 3 \rangle}$ $s60 := p^{\langle 4 \rangle}$ $h60 := p^{\langle 5 \rangle}$

Um die Daten Visualisieren zu können müssen noch die Dimensionen der Spalten bekannt sein.

Sattdampflinie besteht aus 753 Werten $i := 0..752$ $\text{länge}(Tx1) = 753$

Isobaren bestehen aus je 83 Werten $j := 0..82$ $\text{länge}(T01) = 83$



Enthalpien in [kJ / kg] (spezifische Größe) angegeben..

Die Turbine - 1 bis 2: (Indizes beziehen sich auf Bild2)

Die Zustandsänderung in der Turbine ist eine isentrope Expansion (s = konst.)
Wir lesen in der Angabe, dass der Dampf des Kessel mit 60 bar und 500°C - entspricht 773.15K -verläßt.
Wir schneiden die p60-Kurve also mit einer vertikalen Kurve im oben genannten Punkt.

Da wir von unseren Isobaren nur eine endliche Anzahl von Werten haben (genau 83) kann es vorkommen, dass ein Schnittpunkt nicht genau einen dieser 83 Werte trifft. In diesem Fall müssen wir zwischen den zwei nächst gelegenen Werten interpolieren. Es ist in unserem Fall sinnvoll linear zu interpollieren, da die Differenz von einem Wert zum nächsten im Verhältnis zum Betrag der Werte, sehr gering ist.
Für diesen Zweck schreiben wir uns ein kleines Hilfsprogramm *(siehe auch Seite 8 - ANHANG A1)*.

Zuerst müssen wir die beiden Extremwerte für den gewünschten Wert (773.15 K) suchen.

```
crosspt(wert, pf) := | for x ∈ 0.. 752
                     |   if wert < pf_x
                     |      | ma ← x
                     |      | mi ← x − 1
                     |      | break
                     | (mi)
                     | (ma)
```

$T_1 := 773.15$

Achtung: x bräuchte für die Drucklinien nur von 0 bis 82 zu laufen, man kann so aber auch die Sattdampflinie schneiden. Sind die gewünschten Punkte gefunden bricht das Programm ab.

$$\begin{pmatrix} mi_1 \\ ma_1 \end{pmatrix} := \mathrm{crosspt}(T_1, T60)$$

Wir legen als nächstes eine Gerade zwischen diese beiden Punkte und suchen uns für unseren gewünschten Wert den dazugehörenden Entropie-Wert.

$$g(e, f, x, mi, ma) := f_{mi} + \frac{f_{ma} - f_{mi}}{x_{ma} - x_{mi}} \cdot (e - x_{mi})$$

Achtung: Sucht man zum Beispiel eine Temperatur so ist für e ein Temperaturwert und für x eine Temperaturfunktion einzusetzen. Für andere Größen ist analog vorzugehen

$$s_{12} := g(T_1, s60, T60, mi_1, ma_1)$$

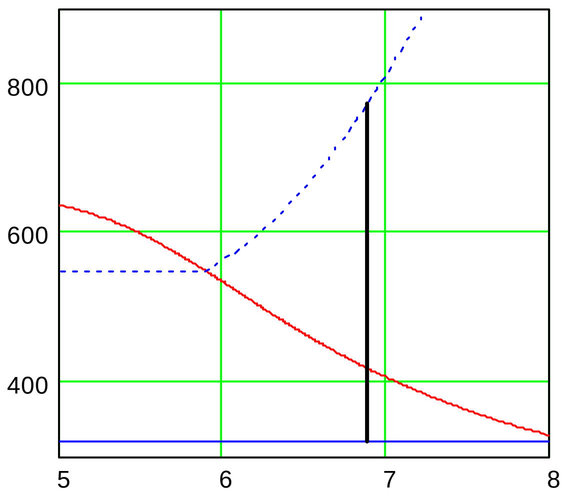
Herleitung befindet sich im Anhang - A2.

$$s_{12} = 6.882$$

Um diese Zustandsänderung im T-s-Diagramm einzuzeichnen brauchen wir noch die Temperatur am Turbinenaustritt.

$$\begin{pmatrix} mi_2 \\ ma_2 \end{pmatrix} := \mathrm{crosspt}(s_{12}, s01) \qquad T_2 := g(s_{12}, T01, s01, mi_2, ma_2)$$

$$T_2 = 319.15 \qquad \mathrm{Turbine} := \begin{pmatrix} T_1 & s_{12} \\ T_2 & s_{12} \end{pmatrix}$$



Wir könnten uns auch den speziellen Verlauf in diesem Bereich zu Nutze machen (Temperatur im Naßdampfbereich ist konstant) und einfach die Temperatur für den Druck 0.1 bar auf der Sattdampflinie abzulesen.

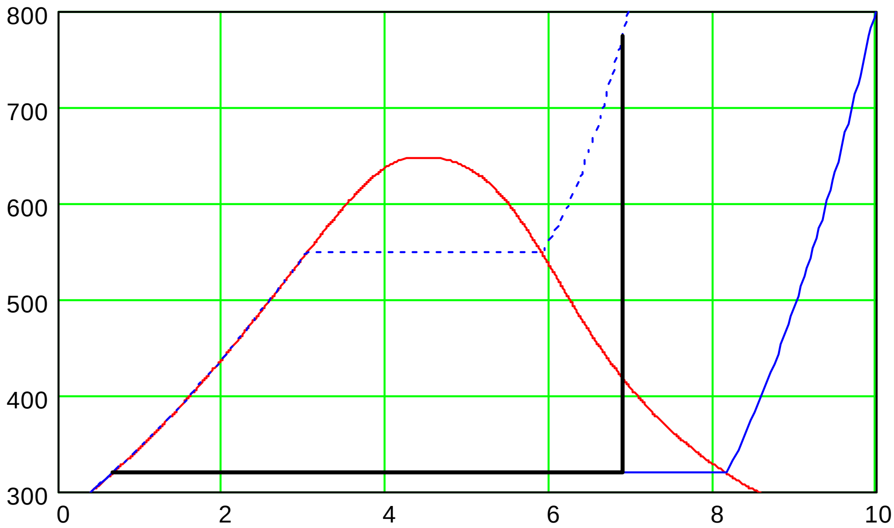
Achtung: Die Matrix *Turbine* wird benötigt um die Zusatndsänderung im linken Diagramm zu visualisieren.

Der Kondensator - 2 bis 3:

Die Wärmeabfuhr im Kondensator ist isobar und endet wenn der Dampf wieder völlig verflüssigt ist (Sattdampflinie). Im Diagramm zeigt sich diese Zustandsänderung mit einer horizontalen Linie im Naßdampfbereich, d.h. die Temperatur am Ein- und Austritt des Kondensators ist gleich..

$T_3 := T_2$ $\quad \begin{pmatrix} mi_3 \\ ma_3 \end{pmatrix} := \text{crosspt}(T_3, Tx1)$ $\quad s_{34} := g(T_3, sx1, Tx1, mi_3, ma_3)$

$\text{Kondensator} := \begin{pmatrix} T_3 & s_{12} \\ T_3 & s_{34} \end{pmatrix}$ $\quad s_{34} = 0.651$



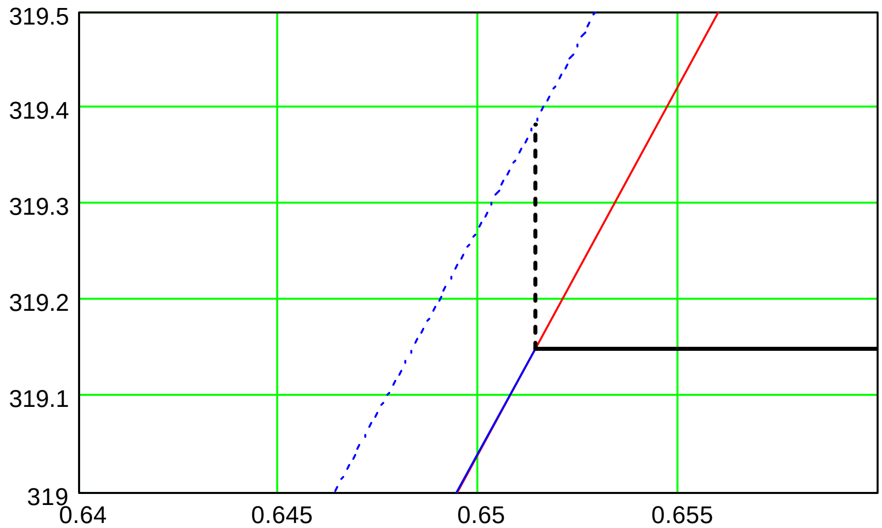
Speisewasserpumpe - 3 bis 4:

In der anschließenden Speisepumpe wird der Druck wieder auf 60 bar erhöht. Diese Kompression erfolgt isentrop.

$\begin{pmatrix} mi_4 \\ ma_4 \end{pmatrix} := \text{crosspt}(s_{34}, s60)$ $\quad T_4 := g(s_{34}, T60, s60, mi_4, ma_4)$

$T_4 = 319.384$

$\text{Pumpe} := \begin{pmatrix} T_3 & s_{34} \\ T_4 & s_{34} \end{pmatrix}$



Der Kessel - 4 bis 1:

Die nun folgende Wärmezufuhr durch den Kessel erfolgt wieder isobar. Für die Visualisierung braucht man nur den entsprechenden Ausschnitt der T60-Kurve nehmen.

Grenzen für den Ausschnitt:	Punkt 4	Punkt 1
	$T_4 = 319.384$	$T_1 = 773.15$
	$s_{34} = 0.651$	$s_{12} = 6.882$

Wir nehmen nun die beiden Werte des Punktes 4 und fügen Zeile für Zeile aneinander (Funktion *stapeln*) bis zum Punkt 1. Eine typische Anwendung für eine *for*-Schleife.
Um eine *for*-Schleife zu verwenden brauchen wir eine untere Grenze und eine obere.

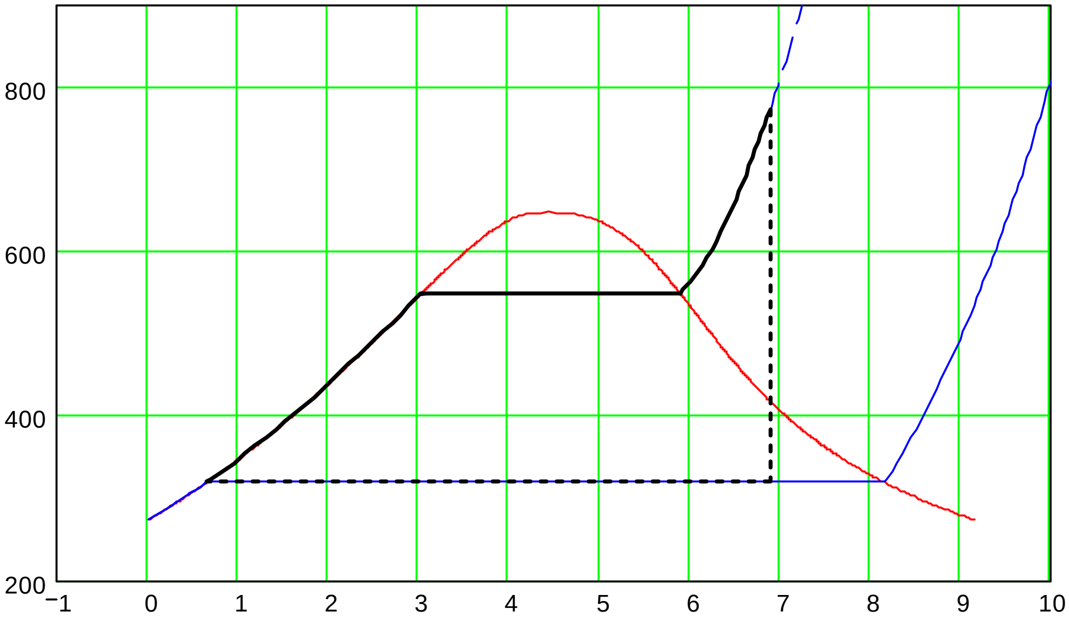
$T60_{mi_4,0} \le T_4 = 1$ d.h. die Bedingung ist wahr! Unter Grenze ist der Wert *ma*$_4$!

$g_u := ma_4$

$T60_{mi_1,0} = T_1 = 1$ d.h. die Bedingung ist wahr! Obere Grenze ist der Wert *mi*$_1$!

$g_o := mi_1$

```
Kessel := | ktmp ← ( T4   s34 )
          | for  k ∈ gu .. go
          |   ktmp ← stapeln(ktmp, erweitern(T60[k,0], s60[k,0]))
          | ktmp
```



Mollier-Diagramm

Um die im Theorieteil angeführten Kennzahlen zuberechnen brauchen wir die Enthalpien bzw. die spezifischen Enthalpien ("h" - bezogen auf 1kg Wasserdampf). Beim einlesen der Daten haben wir auch die entsprechenden Enthalpiewerte eingelesen die wir nun einfach mit der Funktion "g" (siehe Seite 4) entsprechend der bisherigen Vorgangsweise interpolieren können. Zum besseren Verständinis erstellen wir auch das h-s-Diagramm oder sog. **Mollier-Diagramm**. Die Vorgangsweise ist wieder die selbe wie zuvor und wird deshalb nicht mehr genau erläutert.

Enthalpiewerte:

$h_1 := g(s_{12}, h60, s60, mi_1, ma_1)$ $h_1 = 3422.2$

$h_2 := g(s_{12}, h01, s01, mi_2, ma_2)$ $h_2 = 2180.956$

$h_3 := g(s_{34}, hx1, sx1, mi_3, ma_3)$ $h_3 = 192.53$

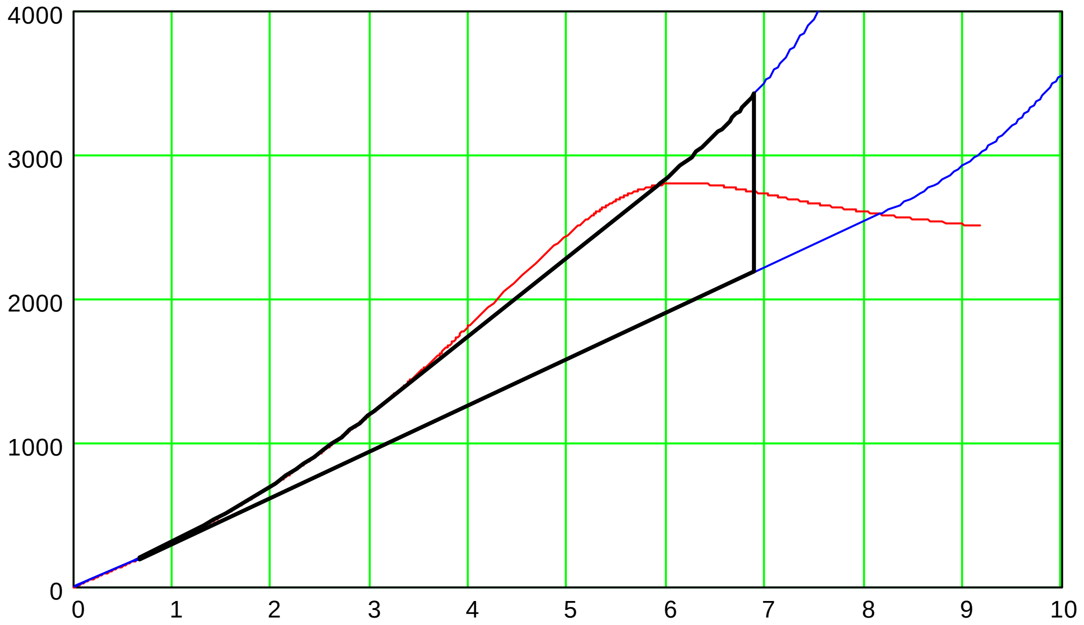
$h_4 := g(s_{34}, h60, s60, mi_4, ma_4)$ $h_4 = 198.695$

Zustandsänderungen:

$Turbine_m := \begin{pmatrix} h_1 & s_{12} \\ h_2 & s_{12} \end{pmatrix}$ $Kondensator_m := \begin{pmatrix} h_2 & s_{12} \\ h_3 & s_{34} \end{pmatrix}$ $Pumpe_m := \begin{pmatrix} h_3 & s_{34} \\ h_4 & s_{34} \end{pmatrix}$

$Kessel_m :=$
```
ktmp ← (h4  s34)
for  k ∈ gu .. go
   ktmp ← stapeln(ktmp, erweitern(h60[k,0], s60[k,0]))
ktmp
```

Mollier-Diagramm:



Kennwerte: spezifische Nutzarbeit [kJ / kg] $w_{cr} := (h_1 - h_2 + h_3 - h_4)$ $|w_{cr}| = 1235.08$

thermische Wirkungsgrad $\eta_{th} := \frac{|w_{cr}|}{h_1 - h_4}$ $\eta_{th} = 0.383$

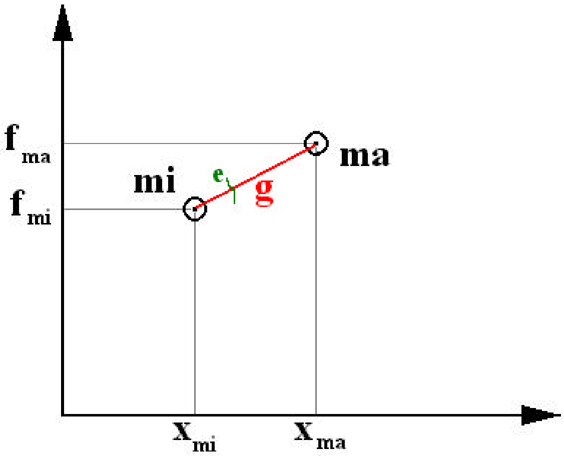
max. thermische Wirkungsgrad (**Carnotfaktor**) $\eta_{th.max} := 1 - \frac{T_3}{T_1}$ $\eta_{th.max} = 0.587$

Arbeitsverhältnis $r_w := 1 - \frac{h_4 - h_3}{h_1 - h_2}$ $r_w = 0.995$

Wir sehen in unserem Beispiel einen Wirkungsgrad im Bereich einer Verbrennungskraftmaschine und ein hervorragendes Arbeitsverhältnisvon 99.5 %, d.h. es werden nur rund 0.5 % der erzeugten Energie in die Aufrechterhaltung des Prozesses gesteckt.

Anhang:

A.1. Herleitung der linearen Interpolationsgleichung für zwei Punkte.



(Bild 4)

Die Gleichung der Geraden "g", die durch die beiden Pumte *mi* und *ma* definiert ist, kann mit Hilfe des **Newton-Verfahren der dividierten Differenzen** ganz leicht hergeleitet werden.

der Ansatz lautet:

$$g(x) = a_{mi} + a_{ma} \cdot (e - x_{mi})$$

Die beiden Koeffizienten $\mathbf{a_0}$ und $\mathbf{a_1}$ erhält man aus dem Differenzschema, das lautet:

$$\begin{array}{c|c} x_{mi} & f_m \\ x_{ma} & f_m \end{array} \quad \frac{f_{ma} - f_{mi}}{x_{ma} - x_{mi}}$$

Die Geradengleichung lautet somit:

$$g(x) = f_{mi} + \frac{f_{ma} - f_{mi}}{x_{ma} - x_{mi}} \cdot (e - x_{mi})$$

A.2. Hinweise zu den eingelesenen PRN-Dateien

Hier seien noch ein paar wichtige Informationen über den Inhalt der beiden PRN-Dateien angeführt:

DL. prn: beinhaltet Daten für die beiden Isobaren p=0.1 bar und p=60 bar
Dimension - 6 Spalten und 83 Zeilen
Inhalt - Spalte 1: Temperaturwerte für p=0.1 bar
- Spalte 2: Entropiewerte für p=0.1 bar
- Spalte 3: Enthalpiewerte für p=0.1 bar
- Spalte 4: Temperaturwerte für p=60 bar
- Spalte 5: Entropiewerte für p=60 bar
- Spalte 6: Enthalpiewerte für p=60 bar

SD. prn: beinhaltet Daten für die Sattdampflinie x=1
Dimension - 3 Spalten und 753 Zeilen
Inhalt - Spalte 1: Temperaturwerte für x=1
- Spalte 2: Entropiewerte für x=1
- Spalte 3: Enthalpiewerte für x=1

A.2. Tipps zum erstellen einer PRN-Datei mit EXCEL

Um eine PRN-Datei zu erstellen, die man später problemlos in MathCAD verwenden kann gibt es mehrere Möglichkeiten. Wenn man die Werte noch nicht in digitaler Form (z.B.: aus Messungen,...) hat und diese erst händisch eingeben muss (wie es in meinem Fall war) eignet sich EXCEL sehr gut. EXCEL-Dateien kann man auch unter *.prn abspeichern (auswählen des Formates bei "Speichern unter"), es sind jedoch einige Dinge zu beachten.

1. Man sollte **auf** jegliche Art von **Formatierung verzichten**, da diese im prn-Format nicht erhalten bleibt und nur Komplikationen hervorruft. (Das PRN-Format enthält nur ASCII-Zeichen die entweder durch Leerzeichen, Tabulatoren,etc. getrennt sind)

2. **EXCEL verwendet das KOMMA als Dezimalpunkt!!**
   MathCAD verwendet den PUNKT!!

   Das heißt wenn man eine prn-Datei von EXCEL in MathCAD einliest, funktioniert das ohne weiteres, jedoch erkennt MathCAD die Dezimalstellen nicht, sondern interpretiert sie als eigene Werte. Um dies zu umgehen muß man alle KOMMA-Zeichen durch den PUNKT ersetzen. Eine sehr einfache Art dies zu tun ist mit dem Programm WORDPAD (im Programmordner Zubehör auf jedem Windows-Rechner vorhanden). Man öffnet die soeben erstellte prn-Datei mit Wordpad und wählt die Funktion "ERSETZEN" im Menü Bearbeiten. Man braucht nur mehr das Komma in die Zeile "Suchen nach" und den Punkt in die Zeile "Ersetzen durch" eintragen und danch erneut abspeichern. Jetzt erkennt MathCAD auch die Dezimalstellen.