

Mag. Ernst Geretschläger

Ernst.Geretschlaeger@htl-steyr.ac.at

## Wurf mit Luftwiderstand



- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**  
**Vektorrechnung, Differentialgleichungen, numerische Verfahren**
- **Kurzzusammenfassung**  
**Ausgehend von einem lotrechten Wurf mit Luftwiderstand wird ein schräger Wurf mit Luftwiderstand numerisch simuliert.**
- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**  
**Angewandte Mathematik, Physik, Mechanik**
- **Mathcad-Version:**  
**Mathcad 2001**



### Wurf mit Luftwiderstand

Ein Ball  $m := 0.2 \text{ kg}$ ,  $r := 0.2 \text{ m}$ ,  $c_W := 0.4$  wird mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  lotrecht (bzw. schräg - Abschusswinkel  $\alpha$ ) nach oben geworfen. Durch den Luftwiderstand, der quadratisch mit der Geschwindigkeit steigt, wird die Bewegung beeinflusst. Die Dichte der Luft sei  $\rho := 1.3 \text{ kg/m}^3$ .

ORIGIN := 0

a) Lotrechter Wurf

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2} y = -m \cdot g - \frac{c_W \cdot A \cdot \rho}{2} \cdot \frac{d}{dt} y \quad g := 9.81 \quad \text{Fallbeschleunigung}$$

$$A := r^2 \cdot \pi$$

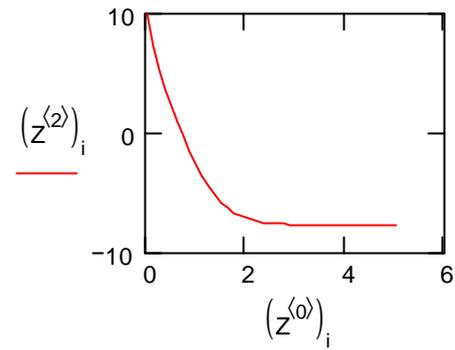
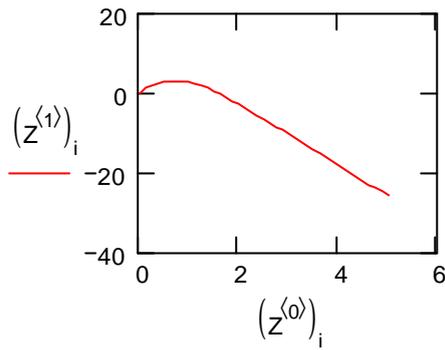
$$v_0 := 10 \quad K := \frac{c_W \cdot A \cdot \rho}{2 \cdot m}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) = -g - K \cdot v_y \cdot |v_y|$$

Anfangswerte  $Y := \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix}$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_1 \\ -g - K \cdot |Y_1| \cdot Y_1 \end{pmatrix} \quad t_{\min} := 0 \quad t_{\max} := 5 \quad N := 40$$

$$Z := \text{rkfest}(Y, t_{\min}, t_{\max}, N, D) \quad i := 0..N$$



## b) Schräger Wurf

$\alpha := 40$     Abschusswinkel in  $^\circ$

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = \frac{-c_W \cdot A \cdot \rho}{2 \cdot m} \cdot (v_x^2 + v_y^2) \cdot \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) = \left[ \frac{-c_W \cdot A \cdot \rho}{2 \cdot m} \cdot (v_x^2 + v_y^2) \cdot \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] - g$$

$x = Y_0$

$y = Y_1$

$v_x = Y_2$

$v_y = Y_3$

Startwerte

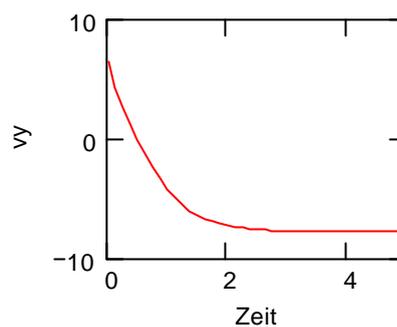
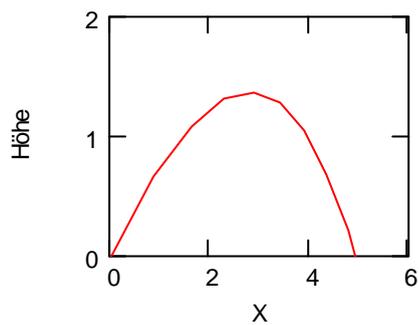
$$Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \cdot \cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \\ v_0 \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \end{pmatrix}$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_2 \\ Y_3 \\ -K \cdot Y_2 \cdot \sqrt{(Y_2)^2 + (Y_3)^2} \\ \left[ -K \cdot Y_3 \cdot \sqrt{(Y_2)^2 + (Y_3)^2} \right] - g \end{pmatrix}$$

$$Z := \text{rkfest}(Y, t_{\min}, t_{\max}, N, D)$$

$N := 40$

$i := 0..N$



Bemerkung: Zum Testen setze man  $c_w$  auf 0 - man erhält den Wurf ohne Luftwiderstand. Zum Testen von b) setze man den Abschusswinkel auf  $90^\circ$ . Man erhält dann den lotrechten Wurf.