

Mag. Ernst Geretschläger

Ernst.Geretschlaeger@htl-steyr.ac.at

## Fallschirmsprung



- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**  
**Differentialgleichungen, numerische Verfahren, lineare Funktion, zusammengesetzte Funktionen**
- **Kurzzusammenfassung**  
**Absprung eines Fallschirmspringers inklusive Öffnungsphase des Schirms wird über Differentialgleichungen simuliert und numerisch gelöst.**
- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**  
**Angewandte Mathematik, Maschineningenieurwesen: Abteilung allgemeiner Maschinenbau, 4. und 5. Jahrgang**
- **Mathcad-Version:**  
**Mathcad 2001**



## Fallschirmsprung

Daten: Masse des Springers  $m := 80 \text{ kg}$ ; Absprunghöhe  $1000 \text{ m}$ ; Luftdichte  $\rho := 1.3 \text{ kg/dm}^3$ ;

Flugphase 1:  $c_{W1} := 0.4$ ;  $A1 := 1 \text{ m}^2$ ; Dauer  $10 \text{ s}$ ;

Öffnungsphase Dauer  $2 \text{ s}$ ;  $c_W \cdot A$  ändert sich linear auf den Endwert;

Flugphase 3:  $c_{W2} := 1.4$  (Halbkugel);  $A2 := 20 \text{ m}^2$

Ges.: Differentialgleichungen; Lösung und Darstellung des s-t-, v-t- und a-t-Diagramms.

Hinweis: Das Beispiel wurde im Unterricht mit dem TI85 gelöst und als HÜ mit Mathcad.

Flugphase 1:

$$\frac{d^2}{dt^2}s = -9.81 + K1 \cdot \left(\frac{d}{dt}s\right)^2 \quad K1 := \frac{c_{W1} \cdot A1 \cdot \rho}{2 \cdot m} \quad K1 = 3.25 \times 10^{-3}$$

Flugphase 3:

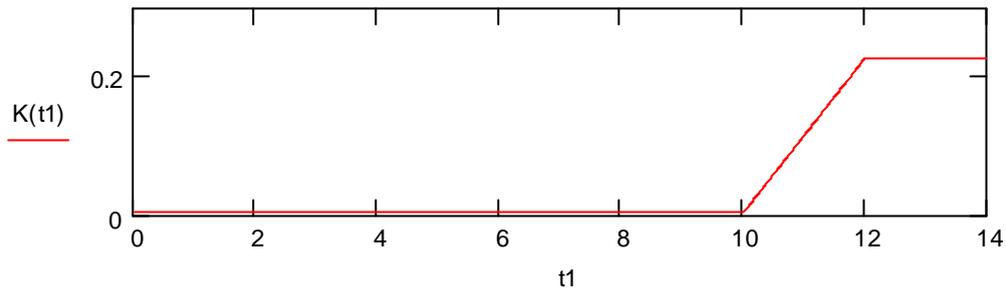
$$\frac{d^2}{dt^2}s = -9.81 + K3 \cdot \left(\frac{d}{dt}s\right)^2 \quad K3 := \frac{c_{W2} \cdot A2 \cdot \rho}{2 \cdot m} \quad K3 = 0.228$$

Öffnungsphase - von  $10 \text{ s}$  bis  $12 \text{ s}$  ändert sich der Faktor vor  $v^2$  linear von  $K1$  auf  $K2$ :

$$k := \frac{K3 - K1}{2} \quad k = 0.112 \quad d := K1 - k \cdot 10 \quad d = -1.118$$

somit ergibt sich der Faktor  $K$  vor  $v^2$  insgesamt zu:

$$K(t_1) := \begin{cases} K_1 & \text{if } t_1 < 10 \\ (k \cdot t_1 + d) & \text{if } 10 \leq t_1 \leq 12 \\ K_3 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Anfangsbedingungen:  $Y := \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \end{pmatrix}$   $t_{\min} := 0$   $t_{\max} := 20$   $t_{\text{step}} := 0.2$

$$N := \frac{t_{\max} - t_{\min}}{t_{\text{step}}} \quad N = 100$$

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ -9.81 + K(t) \cdot (Y_1)^2 \end{bmatrix} \quad a_0 := (D(0, Y))_1 \quad a_0 = -9.81$$

$$Z := \text{rkfest}(Y, t_{\min}, t_{\max}, N, D) \quad i := 0..N \quad j := 1..N$$

Beschleunigung als  
Differenzenquotient.

$$a_j := \frac{Z_{j,2} - Z_{j-1,2}}{t_{\text{step}}}$$

## Diagramme zum Fallschirmsprung

