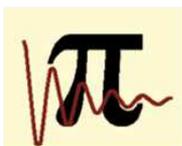


SRDP HT 2016 Aufgabe 9, Cluster 4-5,
LED Lampen

Roland Pichler

pc@htl-kapfenberg.ac.at

SRDP Haupttermin 2016, Cluster 4,5; Aufgabe 9
LED Lampen

Aufgabe 9 (Teil B)

LED-Lampen

Traditionelle Glühlampen wurden wegen ihrer geringen Energieeffizienz in der EU schrittweise verboten. Als Alternative zu den Glühlampen bieten Hersteller LED-Lampen an.

- a) Die Helligkeit einer LED-Lampe kann mithilfe des Lichtstroms beschrieben werden. In der nachstehenden Tabelle ist für LED-Lampen verschiedener Leistung der jeweilige Lichtstrom angegeben.

Leistung in Watt	3	4	5	6	9,5	11	17
Lichtstrom in Lumen	130	250	280	350	600	800	1000

Der Lichtstrom soll in Abhängigkeit von der Leistung beschrieben werden.

- Ermitteln Sie die Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie mithilfe dieser Regressionsfunktion, welcher Lichtstrom für eine 15-Watt-LED-Lampe zu erwarten ist. [1 Punkt]
- b) Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit $\sigma = 75$ Lumen angenommen werden. Für 8 zufällig ausgewählte Lampen wurde jeweils der Lichtstrom (in Lumen) gemessen.

1 053	900	984	873	838	1 045	960	955
-------	-----	-----	-----	-----	-------	-----	-----

- Ermitteln Sie den 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert μ . [2 Punkte]
- Zeigen Sie anhand der entsprechenden Formel, warum für eine normalverteilte Grundgesamtheit mit bekanntem σ gilt: Wird der Stichprobenumfang vervierfacht, so halbiert sich die Breite des $(1 - \alpha)$ -Vertrauensbereichs für den Erwartungswert μ . [1 Punkt]

Möglicher Lösungsweg

SRDP HT 2016 Aufgabe 9, Cluster 4-5,
LED Lampen

a) - Ermittlung der Regressionsgeraden.

Bemerkung 1:

Die Eingabe der Daten erfolgt über das Menü *Matrizen/Tabellen* durch *Tabelle einfügen*.

Leistung – *Lichtstrom*

(W)	(lm)
3	130
4	250
5	280
6	350
9.5	600
11	800
17	1000

Bemerkung 2:

Der Mathcad-Befehl *line* liefert sofort die gewünschten Parameter *k* und *d* der Regressionsgeraden mit den richtigen SI-Einheiten.

$$\begin{bmatrix} d \\ k \end{bmatrix} := \text{line}(\text{Leistung}, \text{Lichtstrom}) \quad \begin{bmatrix} d \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20.061 \text{ cd} \\ 63.972 \frac{\text{s}^3 \cdot \text{cd}}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} \end{bmatrix}$$

$$d = -20.061 \text{ lm} \quad k = 63.972 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$$

Bemerkung 3:

Die Einheiten *lm* und *lm/W* erhält man durch Hineinschreiben in den Platzhalter nach dem berechneten Wert.

Die Gleichung der Regressionsgeraden lautet daher:

$$I_V = k \cdot P + d \text{ mit Lichtstrom } I_V \text{ in } \text{lm} \text{ und Leistung } P \text{ in } \text{W}.$$

- Berechnung des Lichtstroms durch eine 15 W Lampe

$$I_V(P) := k \cdot P + d$$

$$I_V(15 \text{ W}) = 939.514 \text{ lm}$$

Es ist ein Lichtstrom von $\sim 940 \text{ lm}$ zu erwarten.

SRDP HT 2016 Aufgabe 9, Cluster 4-5,
LED Lampen

b) - Ermittlung der 95%-Vertrauensbereich

$$\sigma := 75 \quad I_V := \begin{bmatrix} 1053 \\ 900 \\ 984 \\ 873 \\ 838 \\ 1045 \\ 960 \\ 955 \end{bmatrix} \quad n := \text{length}(I_V) \rightarrow 8$$

Bemerkung 4:

Es wird ohne Einheiten gerechnet, da die implementierten Funktionen sonst unrichtige Ergebnisse liefern

$$\alpha := 5\% \quad x_{quer} := \text{mean}(I_V) = 951$$

$$\mu_{min} := \text{qnorm}\left(\frac{\alpha}{2}, x_{quer}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 899.029$$

$$\mu_{max} := \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, x_{quer}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1002.971$$

Das heißt: $\mu_{min} < \mu < \mu_{max} \rightarrow 899.028606586887 < \mu < 1002.9713934131129$

b) - Nachweis, dass sich bei Vervielfachung von n (n -> 4n) die breite des Vertrauensbereichs halbiert.

$$\mu_{min2} := \text{qnorm}\left(\frac{\alpha}{2}, x_{quer}, \frac{\sigma}{\sqrt{4n}}\right) = 925.014$$

$$\mu_{max2} := \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, x_{quer}, \frac{\sigma}{\sqrt{4n}}\right) = 976.986$$

Das heißt: $\mu_{min2} < \mu < \mu_{max2} \rightarrow 925.0143032934435 < \mu < 976.9856967065565$

$$\frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{2} \rightarrow 51.97139341311295$$

$$\mu_{max2} - \mu_{min2} \rightarrow 51.971393413113$$