

DI Dr. techn. Klaus LEEB

klaus.leebe@surfeu.at

Offener Gasturbinenprozess, irreversibel



- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**
Optimieren eines Prozesses
- **Kurzzusammenfassung**
Es wird ein offener Gasturbinenprozess berechnet, wobei als Ergebnis der stündliche Heizölverbrauch, sowie der thermische Wirkungsgrad der Anlage vorliegt.
- **Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand: [optional]**
Ein Paradebeispiel für's lange wiederholte händische Rechnen. Typischer Einsatz von MathCAD. Zeitbedarf ~ 1h bei guter Kenntnis des Stoffgebietes und bei Vorhandensein aller notwendigen Unterlagen.
- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**
Strömungsmaschinen: thermische Turbomaschinen, 5.Jahrgang, Maschineningenieurwesen
- **Mathcad-Version:**
Mathcad 2001
- **Literaturangaben: [optional; sehr erwünscht]**
Steger "Technische Mechanik 3"
- **Anmerkungen bzw. Sonstiges: [optional]**
Standard-Testbeispiel; in Zukunft auch in Fachtheorie (mit Optimierungsaufgabenstellung)



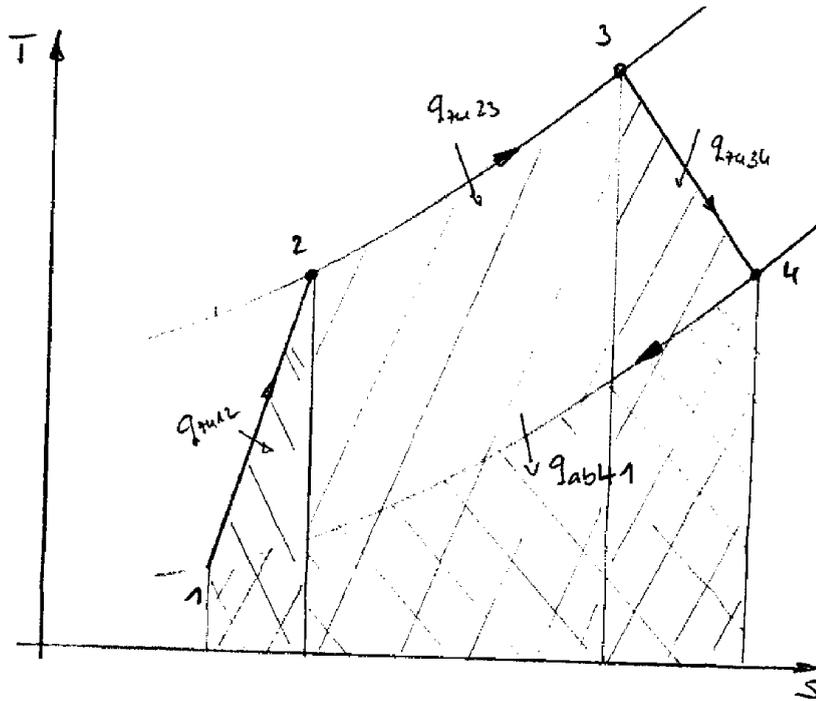
$$\text{bar} := 10^5 \cdot \text{Pa}$$

$$\text{Nm} := \text{newton} \cdot \text{m} \quad \text{kJ} := 10^3 \cdot \text{joule}$$

Geg: Ansaugzustand $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $p_1 = 1 \text{ bar}$, Druck und Temperatur am Turbineneintritt $p_3 = 20 \text{ bar}$ $T_3 = 700^\circ\text{C}$. Der Luftmassenstrom beträgt 10 kg/s . Molare Masse Luft: $M_L = 28.96 \text{ kg/kmol}$. Isentropenexponent $\kappa = 1.4$, Universelle Gaskonstante $R_M = 8314 \text{ J/kmol K}$.

Verdichter (Polytropenexponent $n_V = 1.45$) und Turbine (Polytropenexponent $n_T = 1.35$) arbeiten verlustbehaftet. In der Brennkammer wird Heizöl leicht verbrannt (Brennwert $H_U = 40000 \text{ kJ/kg}$). Der Polytropenexponent der Turbine n_T beträgt 1.35 .

- a) Stellen Sie den Kreisprozess im T-s Diagramm dar. Bezeichnen Sie die Punkte. Tragen sie die zu- und abgeführten Wärmemengen ein
- b) Berechnen Sie an allen Punkten die Zustandsgrößen T, p, v
- c) Wie viele kg Heizöl werden pro Stunde verbrannt?
- d) Berechnen Sie alle spezifischen Arbeiten und Wärmen
- e) Berechnen Sie den thermischen Wirkungsgrad. Welche Leistung hat der Verdichter, die Turbine, und welche Leistung steht an der Kupplung zur Verfügung



Temperatur - Entropie - Diagramm

Angaben: $p_1 := 1 \cdot \text{bar}$ $T_1 := (20 + 273.15) \cdot \text{K}$ $p_3 := 20 \cdot \text{bar}$ $T_3 := (700 + 273.15) \cdot \text{K}$

Massenstrom $m_{\text{Punkt}} := 10 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{sec}}$

Stoffwerte für Luft:

Isentropenexponent $\kappa := 1.4$

Gaskonstante $R_L := 287 \cdot \frac{\text{joule}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_p := \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_L$

$c_p = 1.005 \times 10^3 \frac{\text{joule}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Brennwert für Heizöl

$H_u := 40000 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Polytropenexponenten

Verdichter $n_V := 1.45$

Turbine $n_T := 1.35$

offener Prozess mit adiabatem Kompressor und adiabater Turbine

1 - 2: Polytrope Verdichtung: Verdichter mit Polytropengleichung Zustandsgrößen berechnen $p_2 := p_3$

$p_1 \cdot v_1 = R_L \cdot T_1$ "Zustandsgleichung für ideale Gase"

$$v_1 := \frac{R_L \cdot T_1}{p_1} \quad T_2 := T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_V - 1}{n_V}} \quad \text{Polytropengleichung} \quad p_1 \cdot v_1^{n_V} = p \cdot v^{n_V} \quad v = v_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n_V}}$$

Temperatur, spezifisches Volumen und Druck am Verdichteraustritt

$$T_2 = 742.8 \text{ K}$$

$$v_1 = 0.841 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$p_3 = 20 \text{ bar}$$

aus "1. Hauptsatz für stationäre Fließprozesse"

$$a_{t12} = h_2 - h_1 - q_{12} \quad \text{wobei} \quad q_{12} = 0 \quad (\text{weil der Verdichter gut isoliert ist})$$

Aufgenommene technische Arbeit des Verdichters:

$$a_{t12} := c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$a_{t12} = 451.649 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

aufgenommene Verdichterleistung

$$P_V := a_{t12} \cdot \dot{m}_{\text{Punkt}}$$

$$P_V = 4516.49 \text{ kW}$$

2 - 3: isobare Wärmezufuhr: Brennkammer

$$\text{aus 1. HS.} \quad a_{t23} = h_3 - h_2 - \frac{c_3^2 - c_2^2}{2} - q_{23} = 0$$

mit $c_2 = c_3$ Vernachlässigung der Geschwindigkeiten

zuzuführende spezifische Wärme, damit am Brennkammeraustritt die erforderliche Temperatur T_3 erreicht wird

$$q_{23\text{zu}} := c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$q_{23\text{zu}} = 231.411 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

zu zuführender Wärmestrom:

$$Q_{23\text{zu}} := \dot{m}_{\text{Punkt}} \cdot q_{23\text{zu}}$$

$$Q_{23\text{zu}} = 2.314 \times 10^3 \text{ kW}$$

Dieser Wärmestrom ist vom Heizöl aufzubringen

$$Q_{23\text{zu}} = \dot{m}_{\text{Brennst}} \cdot H_u$$

erforderliche Brennstoffzufuhr

$$\dot{m}_{\text{Brennst}} := \frac{Q_{23\text{zu}}}{H_u}$$

$$\dot{m}_{\text{Brennst}} = 0.058 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_{\text{Brennst}} = 208.27 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

3 - 4: Polytrope Expansion: Turbine

$$p_4 := p_1$$

$$p_3 \cdot v_3 = R_L \cdot T_3$$

$$v_3 := \frac{R_L \cdot T_3}{p_3} \quad T_4 := T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n_T - 1}{n_T}}$$

Temperatur, spezifisches Volumen und Druck am Turbinenaustritt

$$p_4 = 1 \text{ bar}$$

$$T_4 = 447.6 \text{ K}$$

$$v_3 = 0.14 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

aus 1. Hauptsatz:

$$a_{t34} = h_4 - h_3 - q_{34}$$

wobei $q_{34} = 0$ weil die Turbine gut isoliert ist.

abgegebene technische Arbeit:

$$a_{t34} := c_p \cdot (T_4 - T_3)$$

$$a_{t34} = -527.93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

abgegebene Turbinenleistung

$$P_T := a_{t34} \cdot \dot{m}_{\text{Punkt}}$$

$$P_T = -5279.3 \text{ kW}$$

4 - 1: isobare Wärmeabfuhr: Ausstoss der Abgases in die Umgebung

an die Umgebung abgegebene spez. Wärme

$$q_{41ab} := c_p \cdot (T_1 - T_4)$$

$$q_{41ab} = -155.13 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

an die Umgebung abgegebener Wärmestrom

$$Q_{41ab} := m_{\text{Punkt}} \cdot q_{41ab}$$

$$Q_{41ab} = -1.551 \times 10^3 \text{ kW}$$

Im Prozess gewonnene Arbeit:

$$a := |a_{t34}| - |a_{t12}|$$

$$a = 76.281 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

zugeführte Wärmen:

$$q_{zu} := q_{23zu} \quad q_{ab} := |q_{41ab}|$$

oder

$$a_{\text{gewonnen}} := q_{zu} - q_{ab}$$

$$a_{\text{gewonnen}} = 76.281 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Gewonnene Leistung

$$P_{\text{gew}} := a_{\text{gewonnen}} \cdot m_{\text{Punkt}}$$

$$P_{\text{gew}} = 762.806 \text{ kW}$$

Verhältnis Verdichterarbeit zur Turbinenleistung

$$\text{Verh} := \frac{a_{t12}}{|a_{t34}|} \quad \text{Verh} = 0.856 \quad \text{Verdichter verbraucht} \quad \text{Verh} \cdot 100 = 85.551 \quad \text{Prozent der Turbinenleistung}$$

Thermischer Wirkungsgrad

Verhältnis vom im Prozess gewonnener technischer Arbeit zur zugeführten Wärme

$$\eta_{\text{th}} := \frac{a}{q_{zu}}$$

$$\eta_{\text{th}} = 32.963 \%$$

oder

$$\eta_{\text{th1}} := \frac{q_{zu} - q_{ab}}{q_{zu}}$$

$$\eta_{\text{th1}} = 32.963 \%$$

Anmerkung: Typische Aufgabenstellung:

Vorgabe der abzugebenen Gesamt bzw. Turbinenleistung --> gesucht T_3 Eintrittstemperatur der Turbine --> erforderlicher stündlicher Heizölbedarf.

Erfordert Kenntnisse des Prozesses --> Was wirkt sich wie aus.

"Herumspielen" mit den Zustandsgrößen vor der Turbine (den Umgebungszustand kann man ja bekanntermaßen nicht ändern!)

Wie wirkt sich eine höherer Verdichteraustrittsdruck aus? Hält das die Maschine festigkeitsmäßig noch aus?
Wie wirkt sich eine höherer Turbineneintrittstemperatur aus? Schmelzen die Schaufeln der ersten Stufe nicht schon? Werkstoffproblematik.

--> Einfach etwas ausprobieren --> bringt ein gutes Verständnis für die Anlage.