Wilfried Rohm

Cluster 6: Reiseangebot

zum Menü

Hinweis: Cluster 6 bezieht sich auf Berufsbildende Höhere Schulen für Wirtschaftliche Berufem Tourismus, Mode&Design, Kunst (HUM) , Medientechnik und Medienmanagment

Ein Reiseunternehmen will zwei Reisen aus seinem Angebot wirtschaftsmathematisch überprüfen lassen.

a) Der Reiseanbieter stellt fest, dass eine Ausflugsfahrt in die Wachau bei einem Preis von € 199,- pro Person von 80 Gästen gebucht wird. Bei einer Preissteigerung auf € 209,- pro Person sinkt die Nachfrage auf 60 Gäste. Stellen Sie die lineare Funktion p(x) auf, die den Zusammenhang zwischen Preis und Nachfrage beschreibt. (B6_3-A)

b) Beschreiben Sie allgemein den Verlauf einer möglichen linearen Preis-Nachfrage-Funktion p(x) anhand einer Skizze.
Gehen Sie dabei auf die Schnittpunkte mit den beiden Achsen ein und geben Sie an, welche Größen hier abgelesen werden können und was sie bedeuten. (B6_3-C,D)

c) Die Erlösfunktion, die die Einnahmen dieses Reiseanbieters bei einer Ausflugsfahrt zu den Krimmler Wasserfällen beschreibt, lautet:

$$E(x) = -0.3x^2 + 297x.$$

Berechnen Sie, bei welcher Gästezahl der größtmögliche Erlös zu erwarten ist und zu welchem Preis pro Person die Reise in diesem Fall angeboten werden kann. (B6_4-B)

d) Der Reiseanbieter kalkuliert die Ausflugsfahrt zu den Krimmler Wasserfällen mit € 84,- pro Person. Zusätzlich zu diesen variablen Kosten fallen Fixkosten für Treibstoff, Busfahrer, Reisebegleiter, Eintrittsgelder etc. an. Bestimmen Sie welchen Betrag die Fixkosten annehmen können, damit das Angebot gerade noch kostendeckend ist. Bestimmen Sie auch den zugehörigen Preis, zu dem die Ausflugsfahrt verkauft werden muss, damit genau dieser kostendeckende Fall eintritt. (B6_4-A,B)

Lösung :

a) Die lineare Preis-Nachfrage-Funktion wird hier zunächst mit den unbekannten Parametern k und d angesetzt. Diese müssen anschließend über die beiden gegebenen Bedingungen ("Punkte" der Preis-Nachfrage-Funktion) bestimmt werden. Dies geschieht am einfachsten durch aufstellen und Lösen eines Gleichungssystems:

p.... Preis

x .... Nachfrage $p(x,k,d) := k\cdot x + d$

Vorgabe

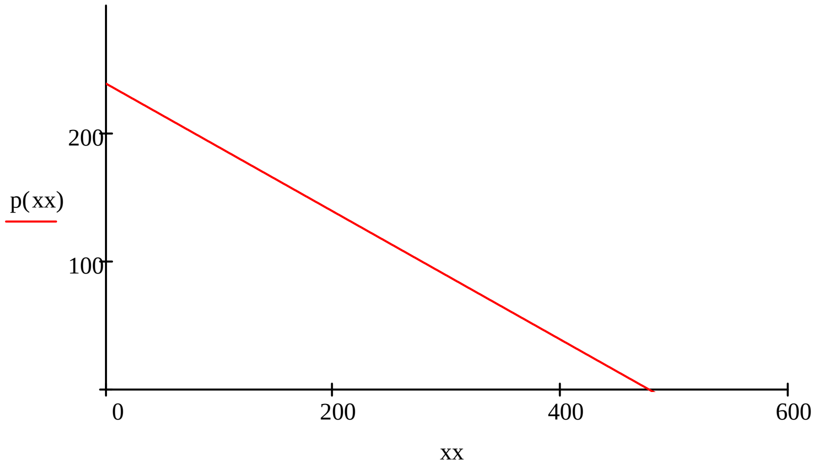
$p(80,k,d) = 199 \qquad p(60,k,d) = 209$

$\text{Suchen}(k,d) \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 239 \end{pmatrix} \qquad k := -0.5 \qquad d := 239$

Die gesuchte Funktion kann daher nun auch so angeschrieben werden: $p(x) := -0.5x + 239$

b) Hier wird zur grafischen Beschreibung des Verlaufes einer Preis-Nachfrage-Funktion die unter a) ermittelte Funktion verwendet.

$xx := 0 .. 600$



Der Verlauf wird (unter der Annahme, dass höhere Preise mit einer geringeren Nachfrage gekoppelt sind) durch eine fallende Gerade beschrieben - d.h. die Steigung muss (so wie hier mit k = -0.5) negativ sein.

Der Schnittpunkt mit der Preis-Achse ("p-Achse") ist identisch mit dem Ordinatenabstand d und repräsentiert den "Höchstpreis", zu dem allerdings niemand die Reise buchen würde.
(hier der Punkt (0 | 239)

Der Schnittpunkt mit der Nachfrage-Achse (x-Achse) ist gleichzeitig die Nullstelle der Preis-Nachfrage-Funktion und gibt die "Sättigungsmenge" an. Mehr als diese Anzahl von Gästen (hier sind es 478) wird die Reise nicht buchen, selbst wenn man sie kostenlos (Preis p=0) anbieten würde.

c) $E(x) := -0.3 \cdot x^2 + 297 \cdot x$

Von dieser Erlösfunktion wird das Maximum mit Hilfe der Differentialrechnung gefunden.

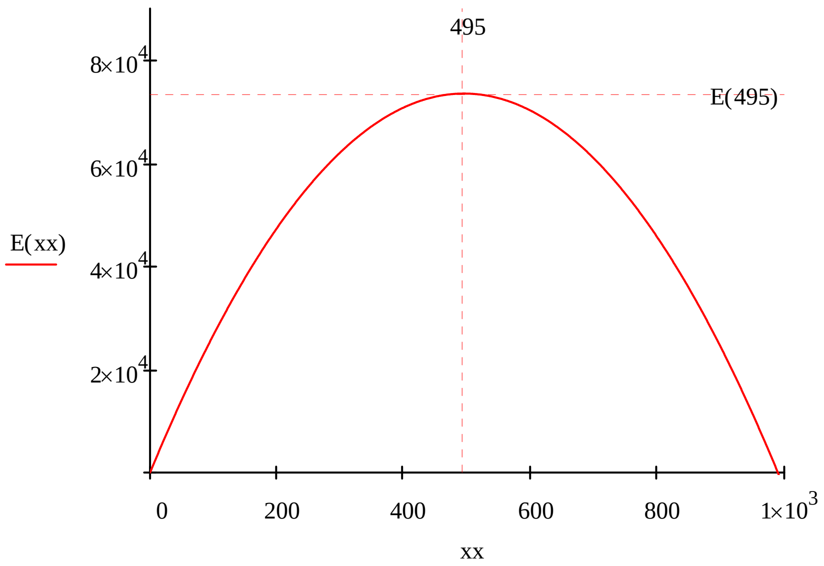
Zum Aufsuchen der Gästezahl x, bei welcher der Erlös maximal wird, muss lediglich die 1.Ableitung gleich 0 gesetzt und nach x aufgelöst werden, was auch (in Mathcad) in einem Schritt geschehen kann:

$\frac{d}{dx}E(x) = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow 495.0$ $\qquad$ $E(495) = 73507.5$

Also : Der höchste Erlös wird mit 495 Reisegästen erzielt und beträgt 73.507,50 €.

Grafische Veranschaulichung:

$xx := 0 .. 1000$



Erlös = Preis * Menge, daher erhält man allgemein die folgende Preis-Nachfrage-Funktion:

$$p(x) := \frac{E(x)}{x} \,\Bigg|\, \begin{matrix}\text{vereinfachen} \\ \text{Gleitkommazahl}, 3\end{matrix} \rightarrow -0.3 \cdot x + 297.0 \qquad p(495) = 148.5$$

Pro Person sind also im Fall des maximalen Erlöses 148,50€ zu bezahlen. Wir hätten dieses Ergebnis natürlich auch direkt aus den obigen Werten erhalten:

$$\frac{E(495)}{495} = 148.5$$

d) Im gesuchten Fall, dass das Angebot gerade noch kostendeckend sein soll, berührt die Erlösfunktion die Kostenfunktion in einem Punkte - d.h. die Ableitungen müssen übereinstimmen:

$$E(x) := -0.3 \cdot x^2 + 297 \cdot x$$

$K(x) := 84 \cdot x + \text{fixKosten}$ — Die fixKosten werden rot dargestellt, weil noch unbekannt

$x_1 := \frac{d}{dx}E(x) = 84 \text{ auflösen}, x \rightarrow 355.0$ — Für 355 Personen ist das Angebot gerade noch kostendeckend

$p(355) = 190.5$ — Die Ermittlung des zugehörigen preises pro Person erfolgt über die in c) bereits ermittelte Preis-Nachfragefunktion:
Ergebnis: Der Preis pro Person beträgt € 190,50

$E(x_1) = 67627.5$ — Der erlös bei 355 Personen beträgt € 67.627,50

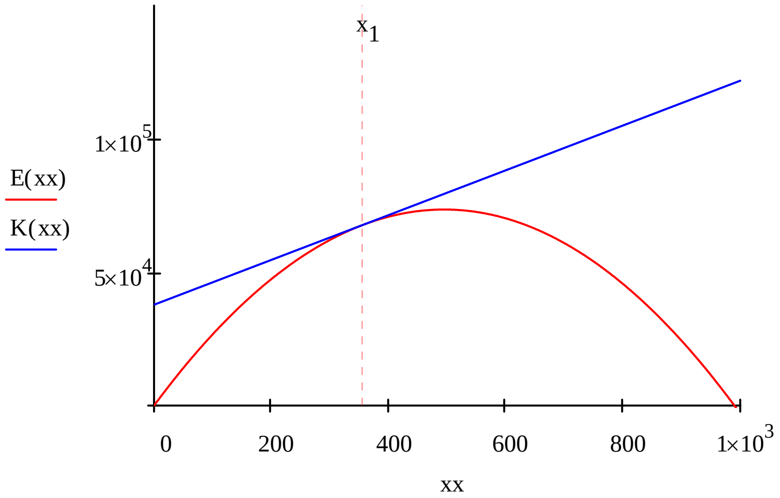
Zur Ermittlung der Fixkosten wird nun der spezielle Punkt (x_1=355 | E(x_1)=67627.50) in die lineare Kostenfunktion eingesetzt und nach den Fixkosten ("d") aufgelöst.

$$\text{fixKosten} := E(x_1) = 84 \cdot x_1 + \text{fixKosten} \,\Bigg|\, \begin{matrix}\text{auflösen}, \text{fixKosten} \\ \text{Gleitkommazahl}, 8\end{matrix} \rightarrow 37807.5$$

Die Fixkosten betragen in diesem fall als € 37.807,50

Die grafische Darstellung stellt den geschilderten Zusammenhang noch anschaulich dar:

$K(x) := 84x + \text{fixKosten}$



zum Menü